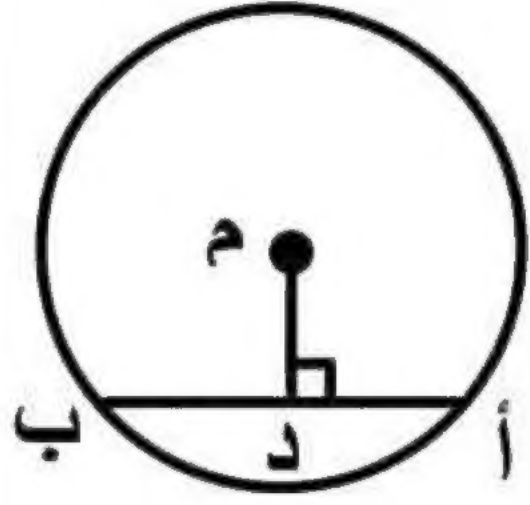


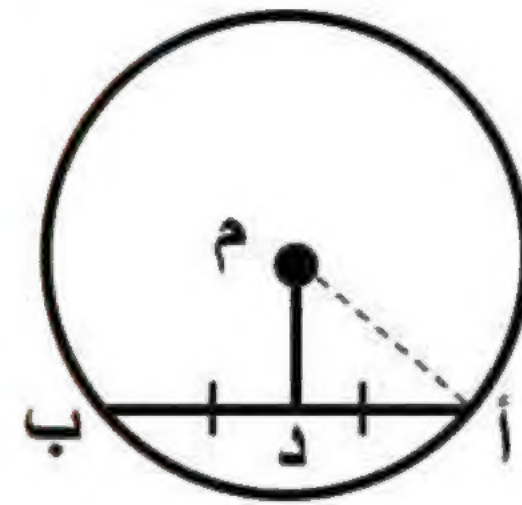
## مفاهيم أساسية

المستقيم المار بمركز الدائرة وعمودياً  
على أي وتر فيها ينصف هذا الوتر



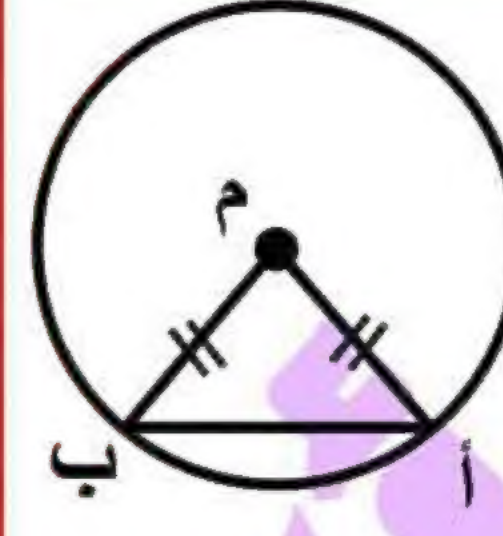
$\therefore \overline{MD} \perp \overline{AB}$   
 $\therefore D$  منتصف  $\overline{AB}$   
 $\therefore AD = DB$

المستقيم المار بمركز الدائرة ويمتصّف  
أي وتر فيها يكون عمودياً على هذا الوتر



$\therefore D$  منتصف الوتر  $\overline{AB}$   
 $\therefore \overline{MD} \perp \overline{AB}$   
 $\therefore \angle (M, D, A) = 90^\circ$

أنصاف الأقطار في الدائرة  
الواحدة متساوية في الطول



$\therefore MA = MB$   
 $\therefore MA = MB$   
أي أن:  
 $\angle (A) = \angle (B)$

## أوضاع مستقيم بالنسبة لدائرة

إذا كانت  $M$  دائرة طول نصف قطرها  $NQ$ ،  $A$  نقطة في المستقيم فإن المستقيم يكون:

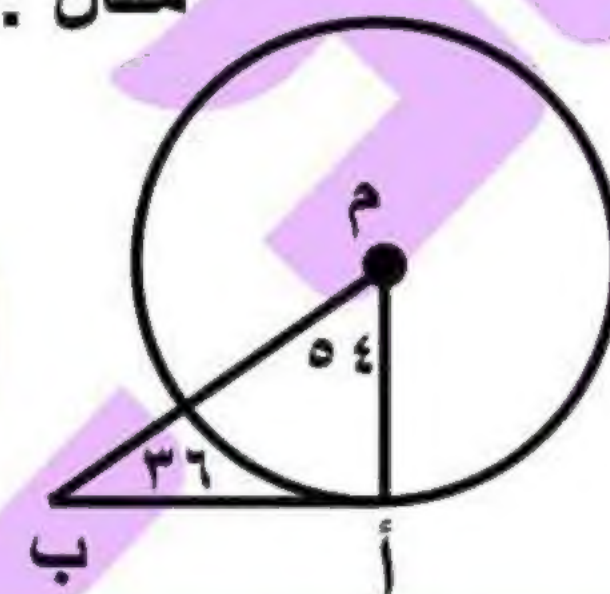
مماس  
إذا كان:  $M A = NQ$

قاطع  
إذا كان:  $M A > NQ$

خارج الدائرة  
إذا كان:  $M A < NQ$

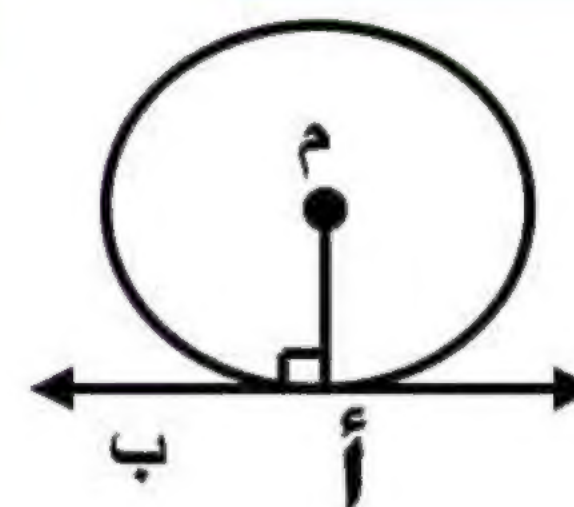
لإثبات أن المستقيم مماس  
هتثبت أن الزاوية التي بينه وبين نصف القطر قياسها  $90^\circ$

مثال: أثبت أن  $AB$  مماس



في  $\triangle MAB$ :  
 $\angle (MAB) = 180 - (36 + 54) = 90^\circ$   
 $\therefore AB$  مماس

المماس عمودى على نصف القطر



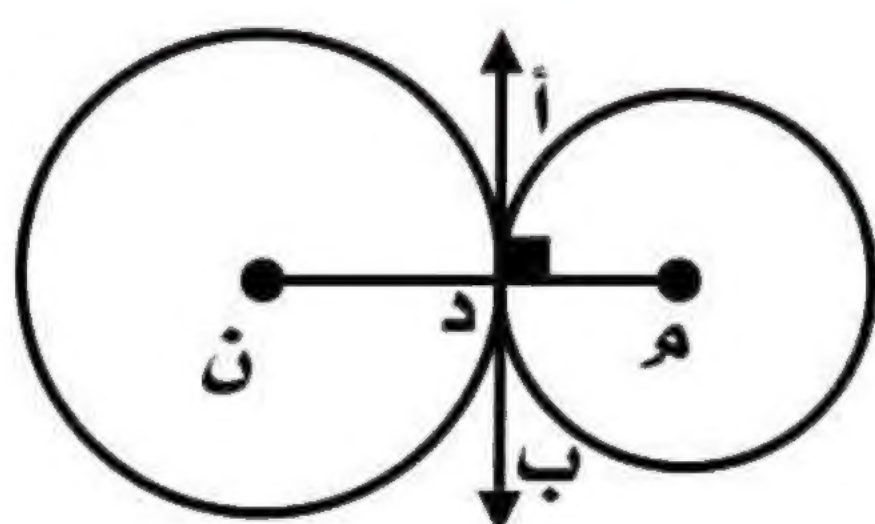
$\therefore AB$  مماس،  $M$  أنصاف قطر  
 $\therefore \overline{MA} \perp \overline{AB}$   
 $\therefore \angle (MAB) = 90^\circ$

## أوضاع دائرة بالنسبة لدائرة

إذا كانت  $M$ ،  $N$  دائرتان طولاً نصفى قطريهما  $NQ_1$ ،  $NQ_2$ ،  $M$  خط المركزين فإن الدائرتان يكونان:

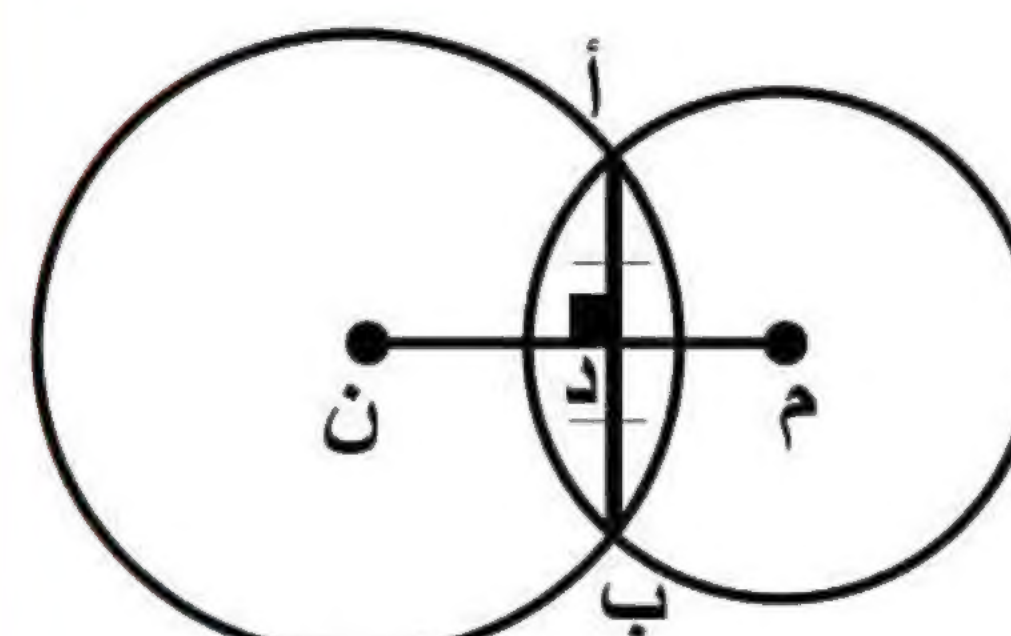
متماستان من الخارج إذا كان: $M N = NQ_1 + NQ_2$	متماستان من الداخل إذا كان: $M N = NQ_2 - NQ_1$	متقاطعتان إذا كان: $NQ_1 + NQ_2 > M N$	متباعدتان إذا كان: $NQ_1 + NQ_2 < M N$	متداخلتان إذا كان: $M N > NQ_2 - NQ_1$	متحدتا المركز إذا كان: $M N = 0$
---	---	--	--	--	--

خط المركزين عمودى على المماس المشترك



$\therefore AB$  مماس مشترك،  
 $MN$  خط المركزين  
 $\therefore MN \perp AB$

خط المركزين عمودى على الوتر المشترك وينصفه

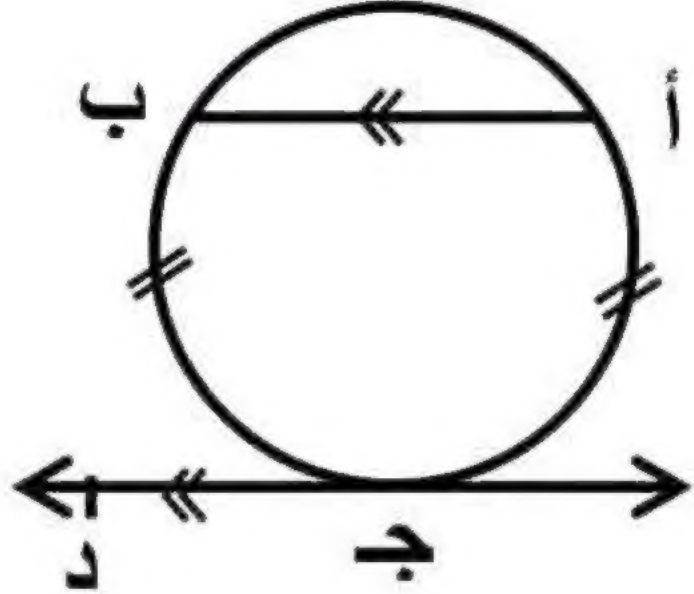


$\therefore AB$  وتر مشترك،  
 $MN$  خط المركزين  
 $\therefore MN \perp AB$   
 $\therefore \angle (M, D, A) = 90^\circ$   
 $MN$  ينصف  $AB$



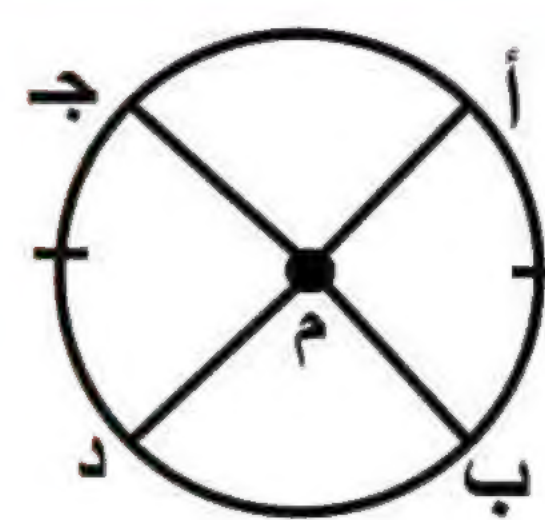
## الأقواس المتساوية

الوتر والمماس المتوازيان يحصران قوسان متساويان



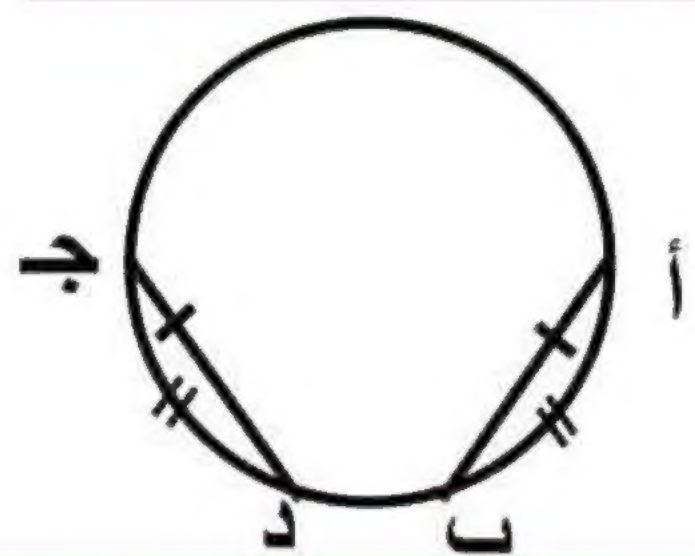
إذا كان  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$   
فإن  $\widehat{C} = \widehat{D}$

الأقواس المتساوية في القياس متساوية في الطول والعكس صحيح



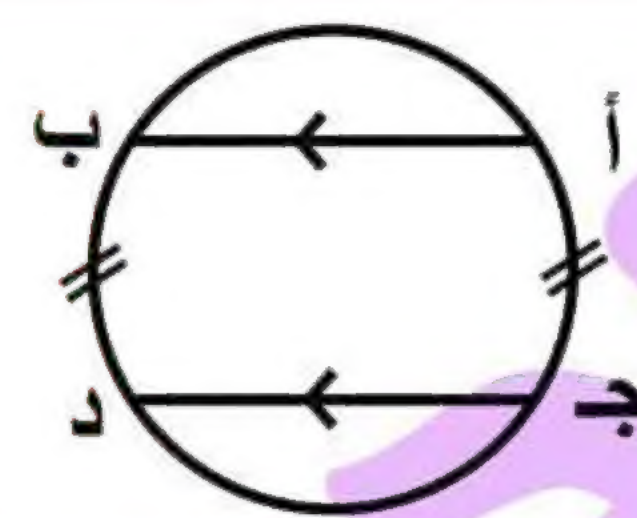
إذا كان  $\widehat{C} = \widehat{D}$   
فإن: طول  $\overline{AB}$  = طول  $\overline{CD}$   
والعكس صحيح

الأوتار المتساوية في الطول أقواسها متساوية في القياس



إذا كان  $\overline{AB} = \overline{CD}$   
فإن:  $\widehat{C} = \widehat{D}$   
والعكس صحيح

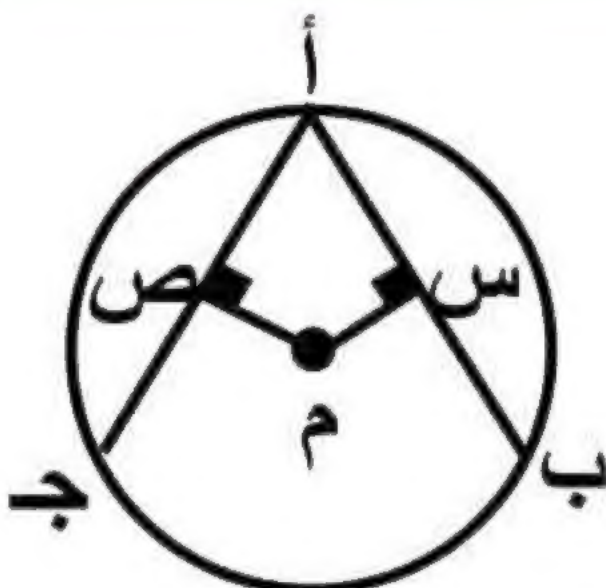
الوتران المتوازيان يحصران بينهما قوسان متساويان



إذا كان  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$   
فإن  $\widehat{C} = \widehat{D}$

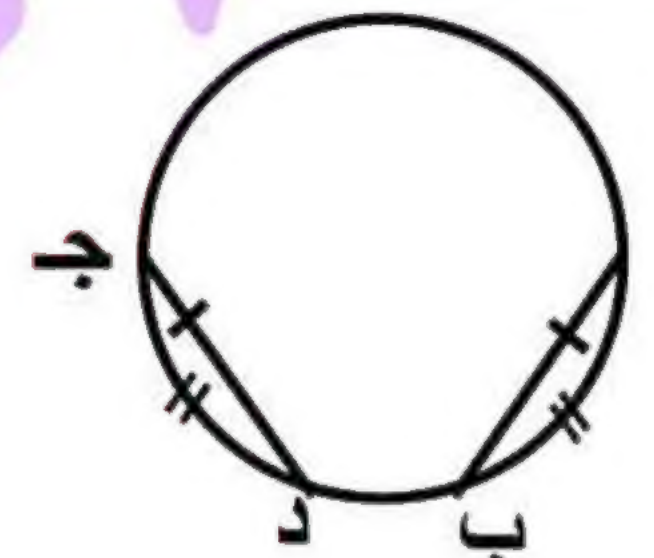
## الأوتار المتساوية

الأوتار المتساوية في الطول أبعادها متساوية في الطول



$\therefore \overline{AB} = \overline{CD}$  (أوتار متساوية)  
 $\therefore \text{مس} = \text{مس}$  (أبعاد متساوية)  
والعكس صحيح

الأوتار المتساوية في الطول أقواسها متساوية في القياس

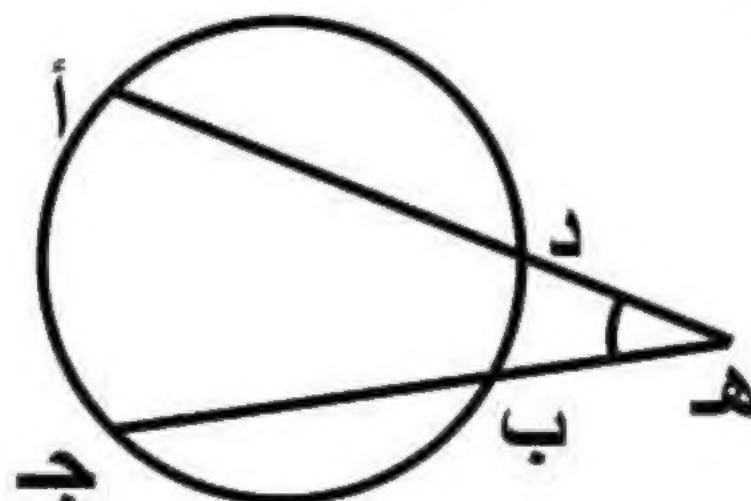


إذا كان  $\overline{AB} = \overline{CD}$   
فإن:  $\widehat{C} = \widehat{D}$   
والعكس صحيح

❖ لو عندك وترين متساويين : استنتج ان البعدين متساويين والعكس.  
❖ ولو طلب منك تثبت ان وترين متساويين : حاول تثبت ان البعدين متساويين والعكس.

### تمرين مشهور ٢

هنستخدمه لو عندنا وترين متقاطعين خارج الدائرة



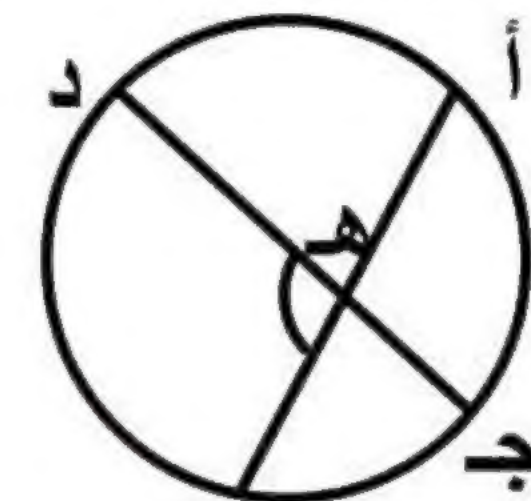
$$\widehat{H} = \frac{1}{2} [\widehat{C} - \widehat{A}]$$

$$\widehat{C} - \widehat{A} = 2\widehat{H}$$

$$\widehat{C} - \widehat{A} = 2\widehat{H}$$

### تمرين مشهور ١

هنستخدمه لو عندنا وترين متقاطعين داخل الدائرة



$$\widehat{H} = \frac{1}{2} [\widehat{C} + \widehat{A}]$$

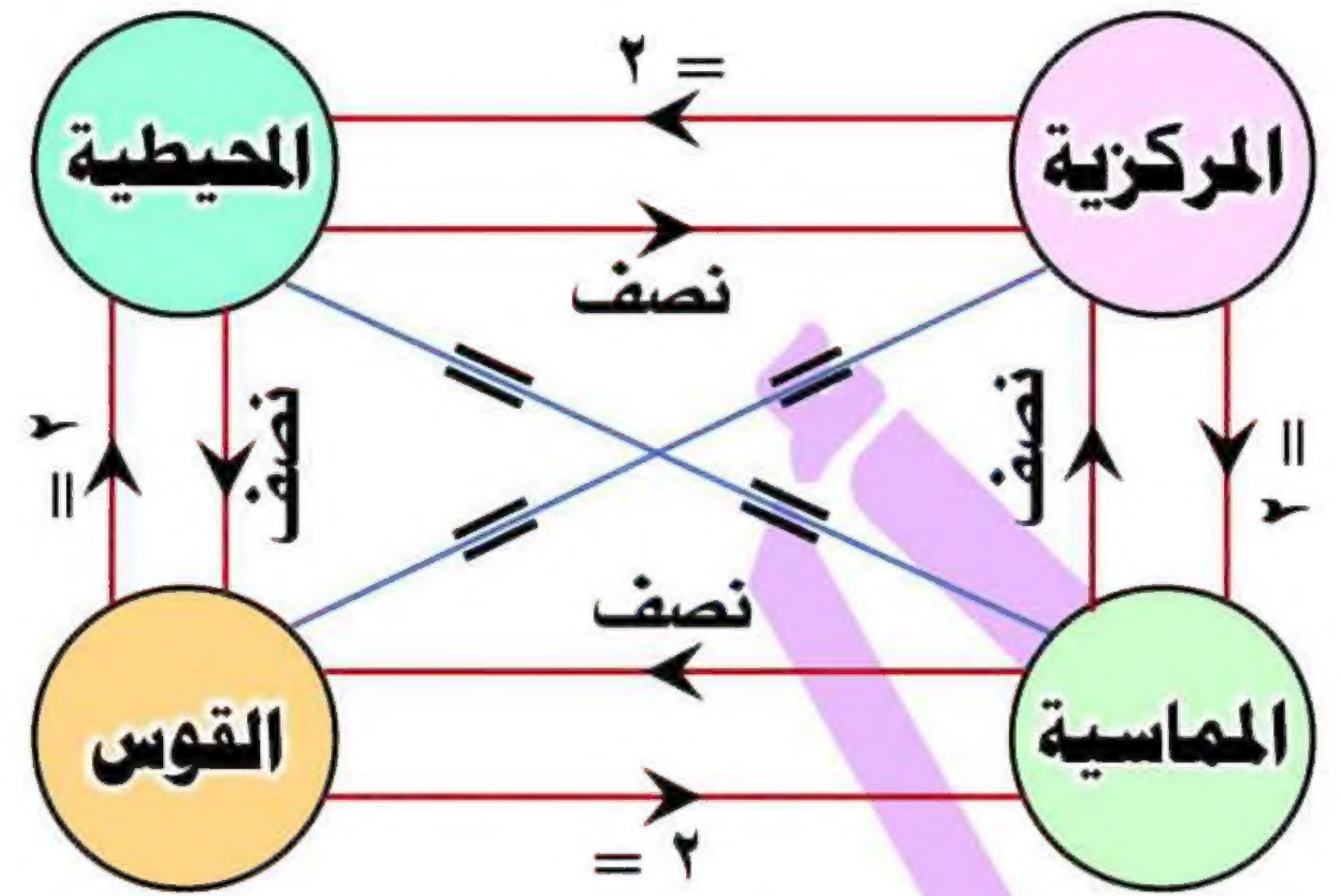
$$\widehat{C} + \widehat{A} = 2\widehat{H}$$

$$\widehat{C} + \widehat{A} = 2\widehat{H}$$

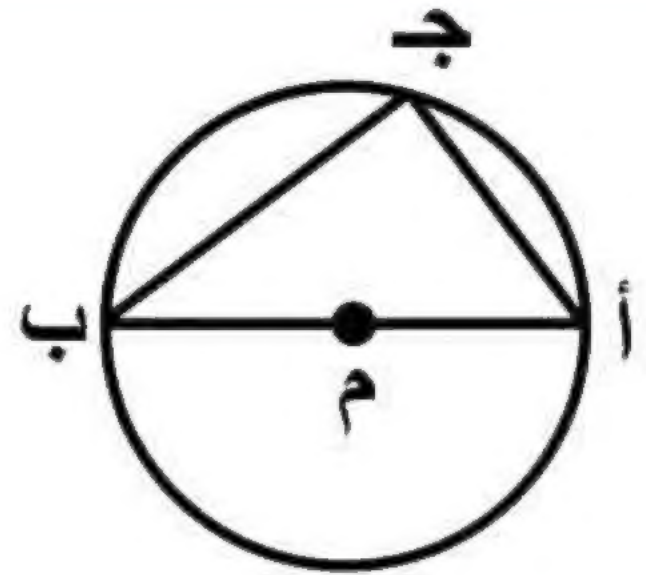


◆ المحيطية = المماسية =  $\frac{1}{2}$  المركزية =  $\frac{1}{2}$  القوس

◆ المركزية = القوس =  $\frac{1}{2}$  المحيطية =  $\frac{1}{2}$  المماسية

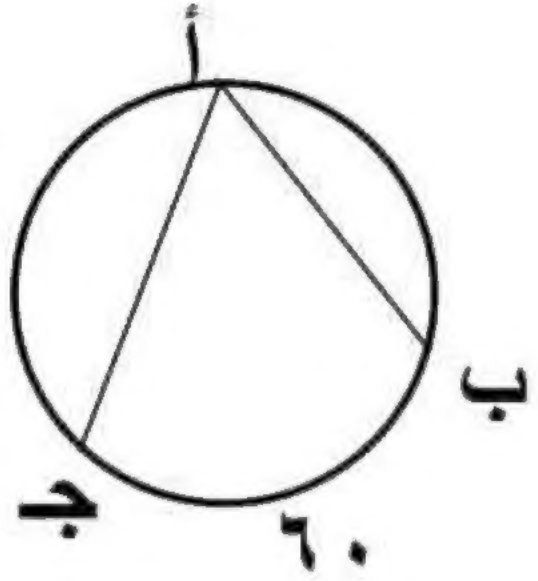


قياس الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة =  $90^\circ$



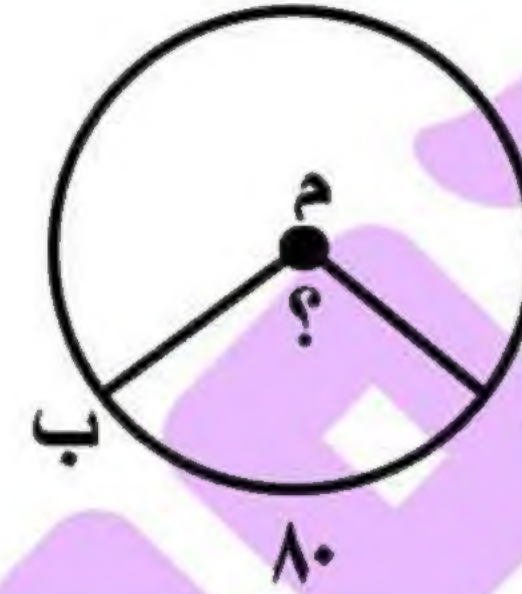
∴  $\widehat{AB}$  قطر  
∴ ق (أ ج ب) المحيطية =  $90^\circ$   
أي أن  $\triangle ABC$  قائم

قياس الزاوية المحيطية =  $\frac{1}{2}$  قياس القوس المقابل لها



∴ ق (ب ج) =  $60^\circ$   
∴ ق (ب أ ج) المحيطية =  $30^\circ$

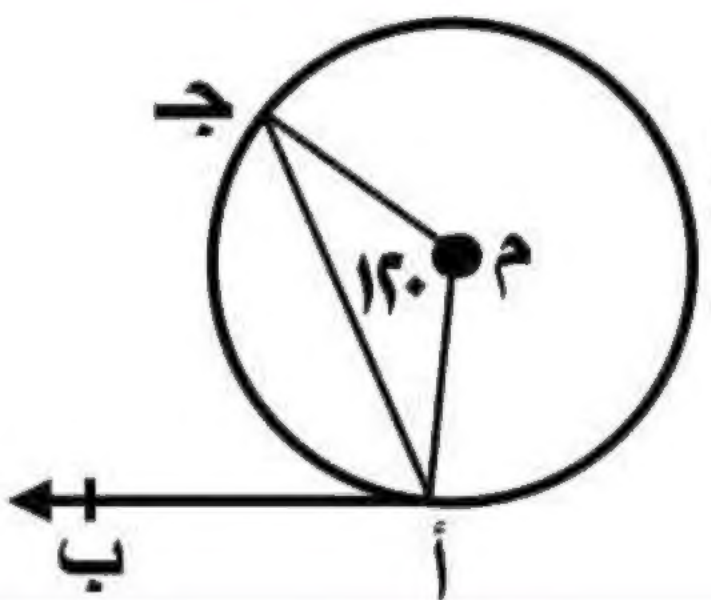
قياس الزاوية المركزية = قياس القوس المقابل لها



∴ ق (أ ب) =  $80^\circ$   
∴ ق (م) المركزية =  $80^\circ$

قياس المماسية =  $\frac{1}{2}$  قياس المركزية (المشتركة معها في القوس)

قياس المحيطية =  $\frac{1}{2}$  قياس المركزية (المشتركة معها في القوس)



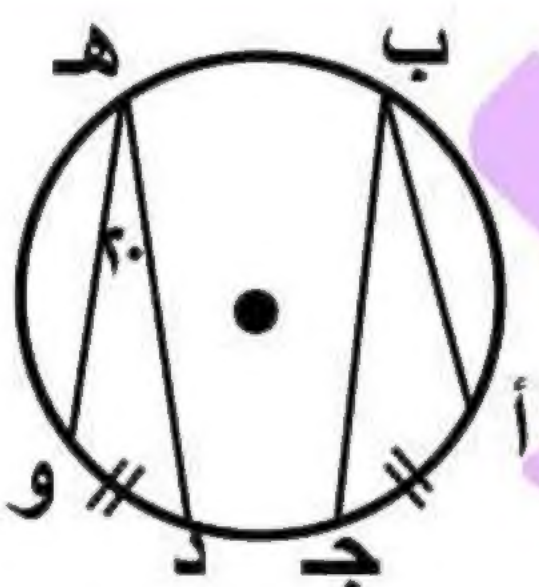
ق (ج أ ب) المماسية =  $\frac{1}{2}$  ق (أ م ج) د  
∴ ق (ج أ ب) =  $60^\circ$



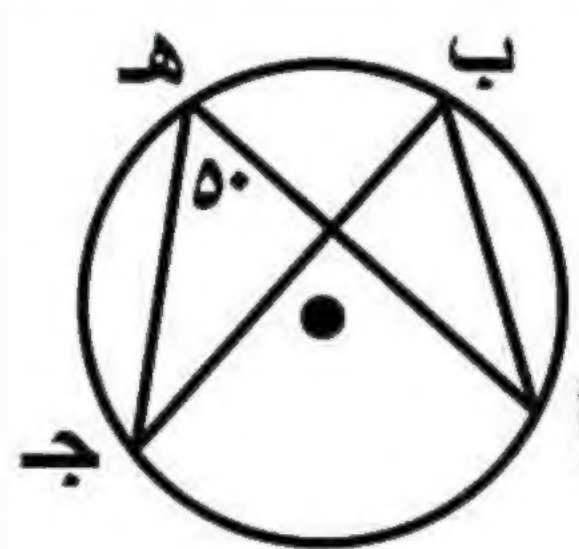
ق (ج) المحيطية =  $\frac{1}{2}$  ق (أ م ب) المركزية  
ق (ج) =  $55^\circ$

قياس المحيطية = قياس المحيطية (إذا كانا في القوس نفسها متساويين)

قياس المحيطية = قياس المحيطية (المشتركة معها في القوس)



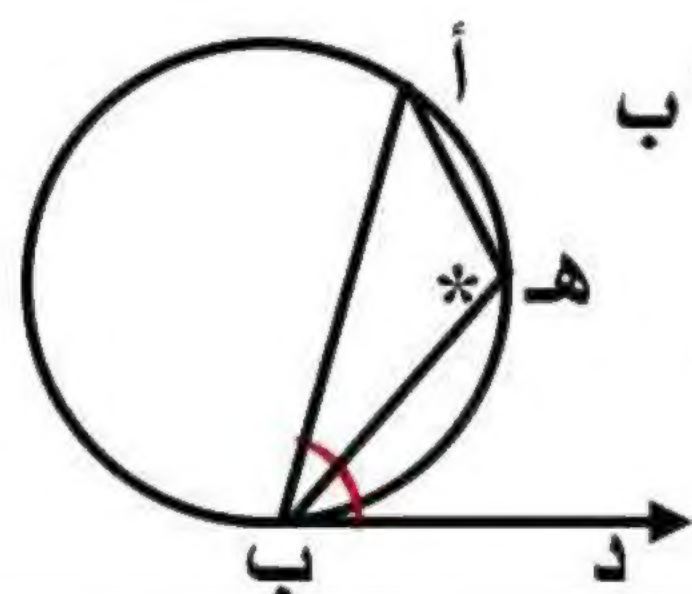
∴ ق (أ ج) = ق (د و)  
∴ ق (ب) = ق (هـ) =  $20^\circ$



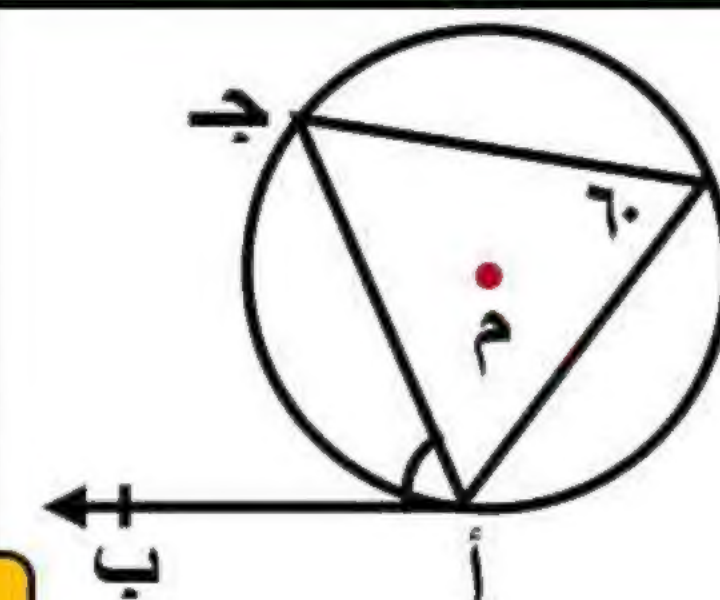
ق (ب) = ق (هـ) =  $50^\circ$   
لأنهما محيطيتان مشتركتان  
في القوس أ ج

الزاوية المماسية تكمل الزاوية المحيطية المرسومة على وتر الزاوية المماسية وفي جهة واحدة منها

قياس المحيطية = قياس المماسية (المشتركة معها في القوس)



∴  $\triangle AHB$  محيطية مرسومة على أ ب  
∴  $\triangle ADB$  مماسية  
∴ ق (أ ب د) + ق (أ هـ ب) =  $180^\circ$



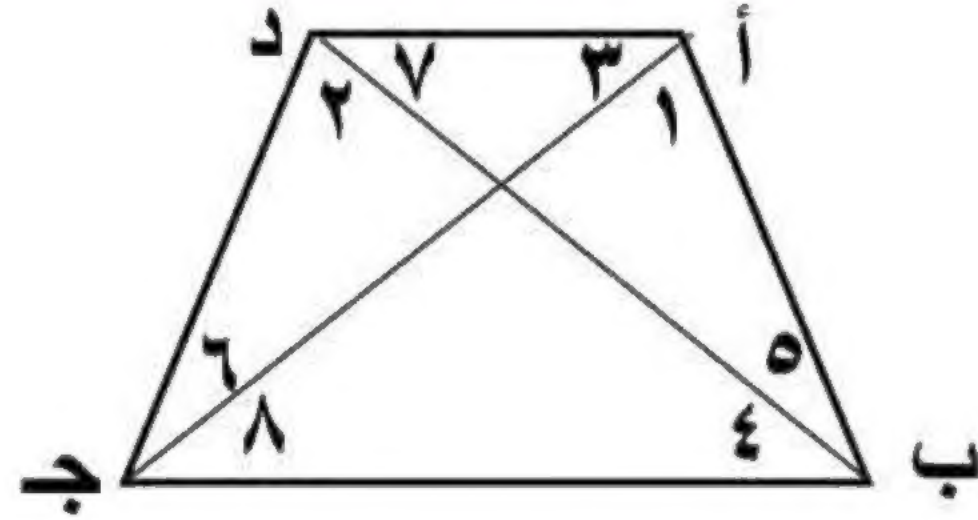
ق (ج أ ب) المماسية = ق (د) المحيطية  
∴ ق (ج أ ب) =  $60^\circ$



## الشكل الرباعي الدائري

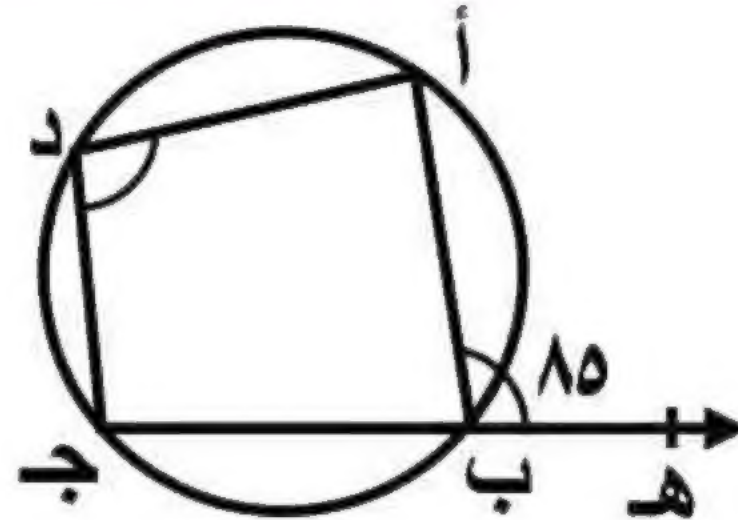
لو عرفت ان الشكل رباعي دائري (سواء هو قالك في المسألة أو لقيت رؤوسه الأربعة تقع على الدائرة) هنستنتج ٣ حاجات :

أي زاويتين مرسومتين على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة متساويتان



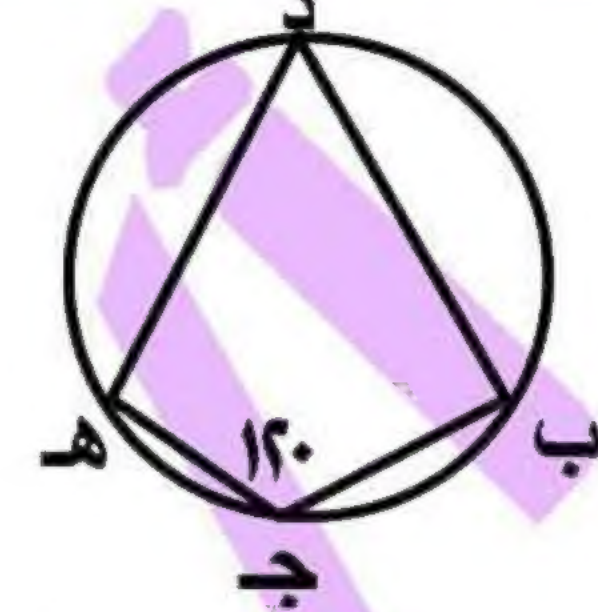
إذا كان أ ب ج د رباعي دائري فإن:  
 $\angle 1 = \angle 3$  ق (١) = ق (٣) مرسومتان على ب ج  
 $\angle 2 = \angle 4$  ق (٢) = ق (٤) مرسومتان على د ج  
 $\angle 5 = \angle 6$  ق (٥) = ق (٦) مرسومتان على أ د

قياس الزاوية الخارجة =  
 قياس المقابلة للمجاورة



∴ الشكل أ ب ج د رباعي دائري  
 ∴ ق (أ ب هـ) الخارجة = ق (د)  
 ∴ ق (د) = ٨٥

كل زاويتين متقابلتين  
 مجموعهما = ١٨٠



∴ الشكل أ ب ج د رباعي دائري  
 ∴ ق (د) + ق (ج) = ١٨٠  
 ∴ ق (د) = ١٨٠ - ١٢٠ = ٦٠

لو قالك اثبت أن الشكل رباعي دائري إبحث عن إحدى الحالات الثلاثة الآتية واشبتها وهي :

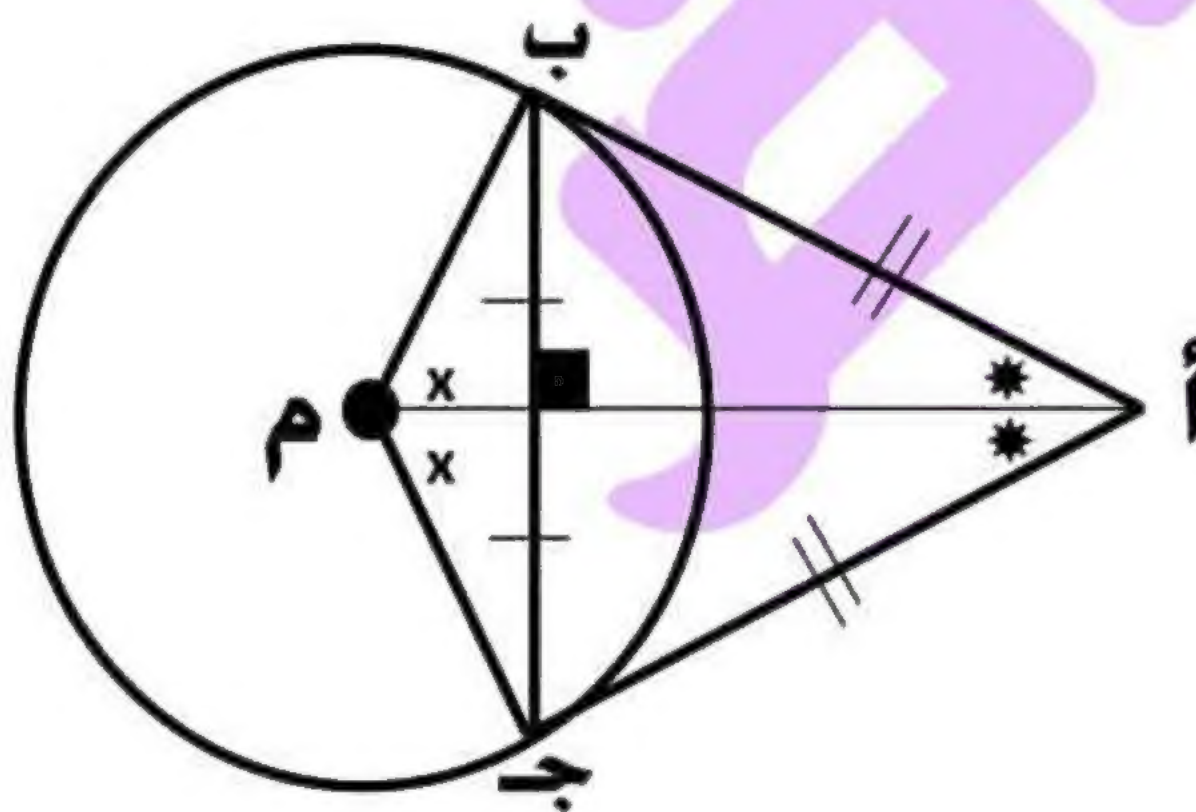
شوف زاويتين مرسومتين على قاعدة واحدة واشبت انهما متساويتان

زاوية خارجة واشبت انها تساوي المقابلة للمجاورة

زاويتان متقابلتان واشبت أن مجموعهما = ١٨٠

## العلاقة بين مماسات الدائرة

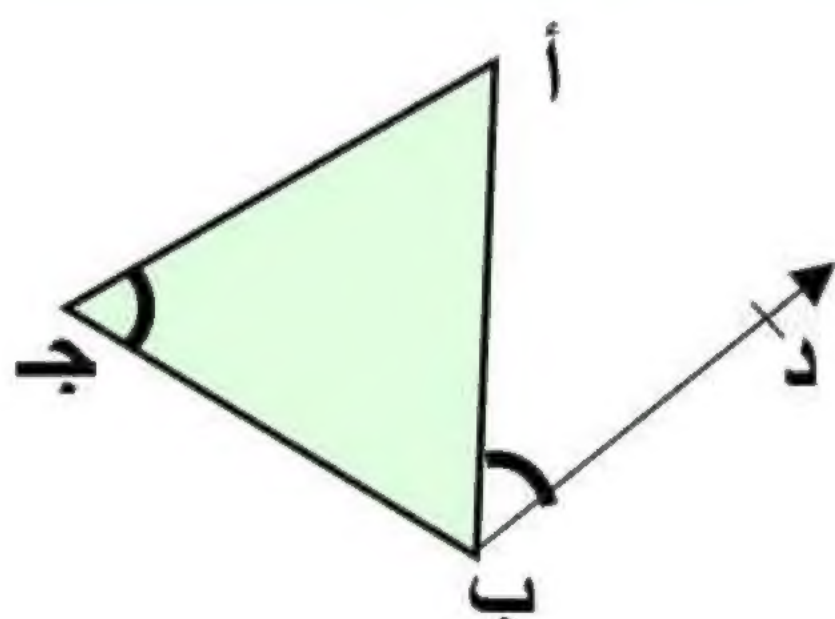
القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج دائرة متساويتان في الطول.



إذا كان أ ب ، أ ج قطعتان مماستان فإن:

أ ب = أ ج	أ م ينصف زاوية ب أ ج
ق (أ ب ج) = ق (أ ج ب)	أ م ينصف زاوية ب م ج
أ ب م ج رباعي دائري	أ م ⊥ ب ج وينصفه

لإثبات أن ب د مماس للدائرة التي تمر برؤوس Δ أ ب ج



نثبت أن :  
 ق (أ ب د) = ق (ج د)

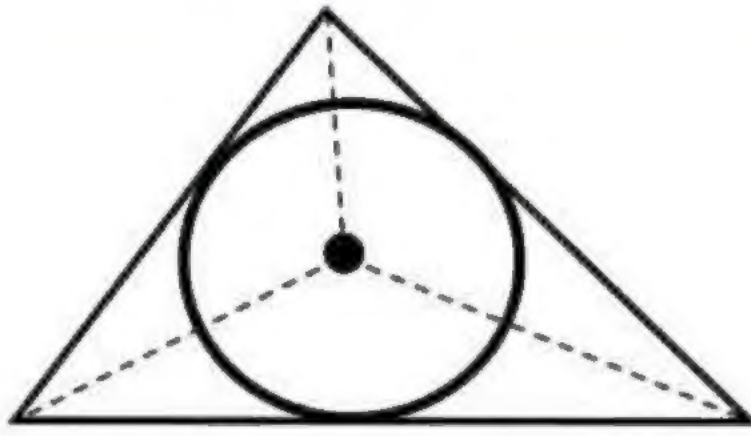
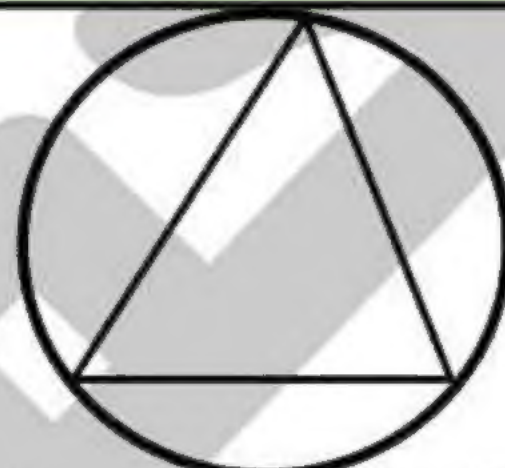
### عدد المماسات المشتركة

- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتين ٤
- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماسيتين من الخارج ٣
- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متقاطعتين ٢
- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماسيتين من الداخل ١
- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متحدتا المركز صفر



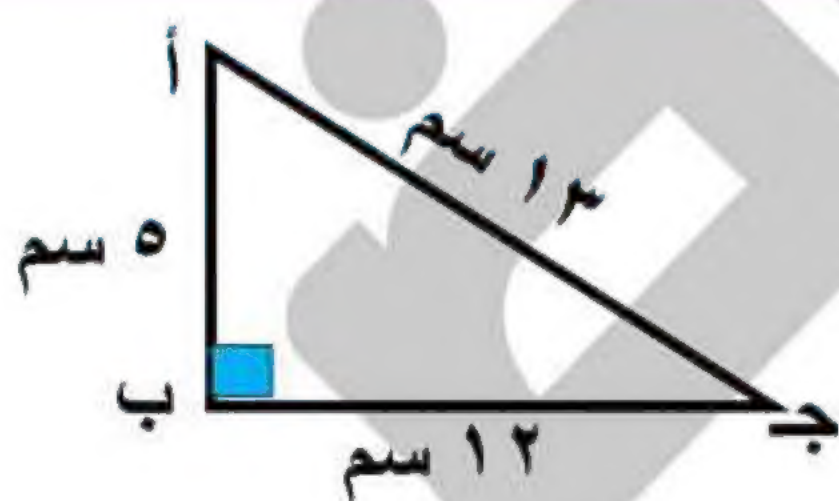
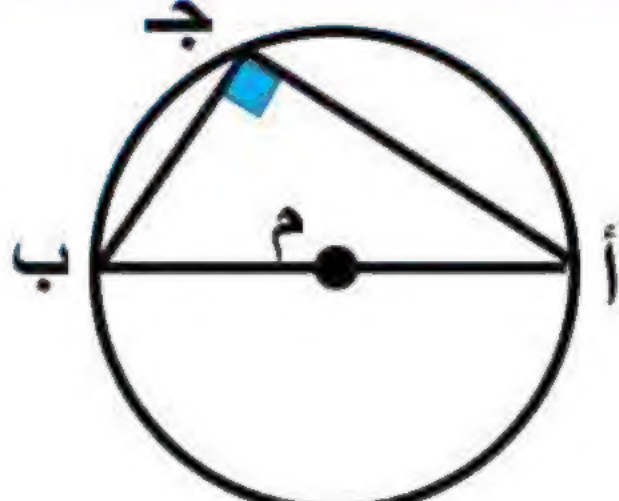
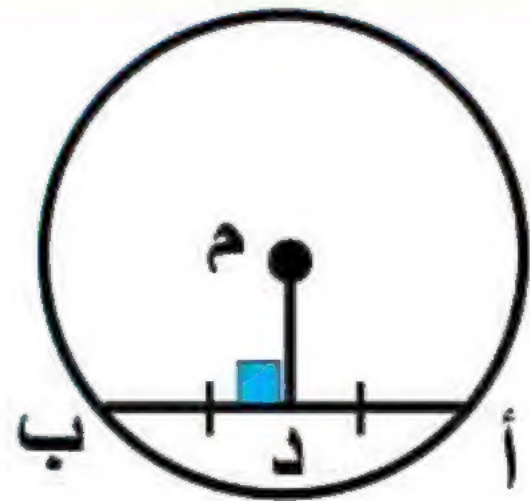
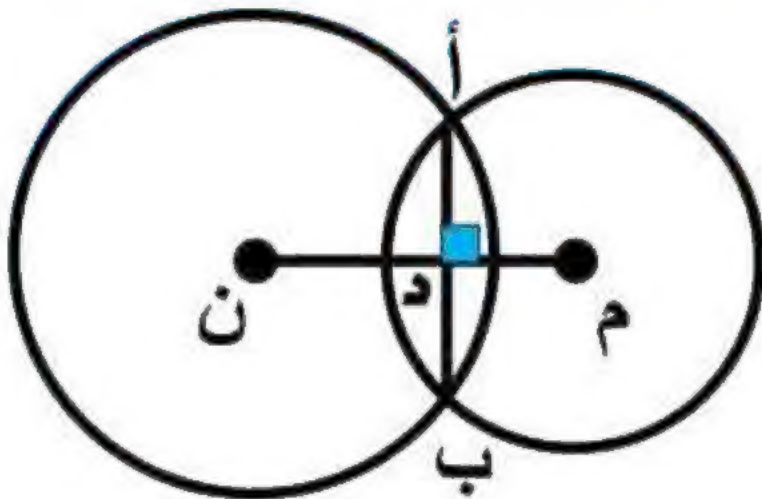
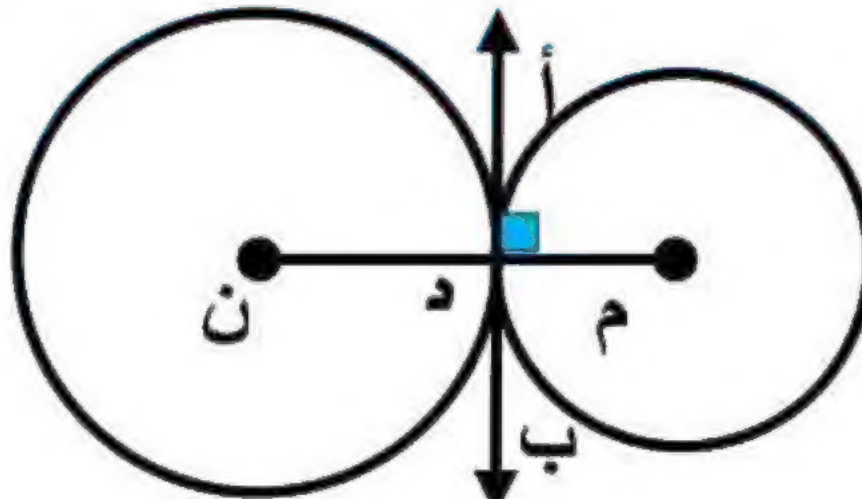
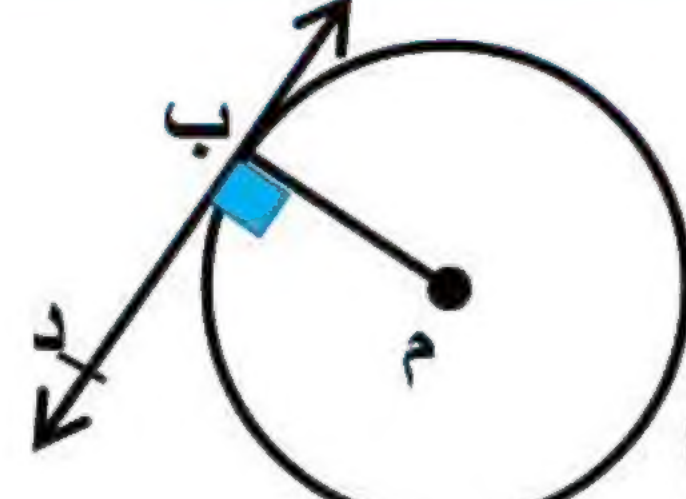
## ملاحظات على تعيين الدائرة

- (١) يمكن رسم دائرة تمر برؤوس كل من : المستطيل والمربع وشبه المنحرف المتساوي الساقين
- (٢) لا يمكن رسم دائرة تمر برؤوس : متوازي الأضلاع والمعين وشبه المنحرف غير المتساوي الساقين
- (٣) يمكن رسم دائرة وحيدة تمر بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة
- (٤) لا يمكن رسم دائرة تمر بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة.
- (٥) يمكن رسم عدد لا نهائي من الدوائر تمر بنقطة واحدة.
- (٦) أصغر دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب هي التي أ ب قطرها وفيها  $\text{نق} = \frac{1}{2} \text{أ ب}$
- (٧) إذا كان  $\text{نق} < \frac{1}{2} \text{أ ب}$  فإنه يمكن رسم دائرتان فقط وإذا كان  $\text{نق} > \frac{1}{2} \text{أ ب}$  فإنه لا يمكن رسم أي دائرة

الدائرة الداخلة للمثلث	الدائرة الخارجة للمثلث
 <p>مركزها هو نقطة تقاطع منصفات زواياها الداخلة</p>	 <p>مركزها هو نقطة تقاطع الأعمدة المقامة على أضلاع المثلث من منتصفاتها (محاور تماثل أضلاعها)</p>

## خلاصة الزاوية ٩٠

لو لقيت أي حاجة من دول استنتج ان فيه زاوية قائمة قياسها ٩٠ :

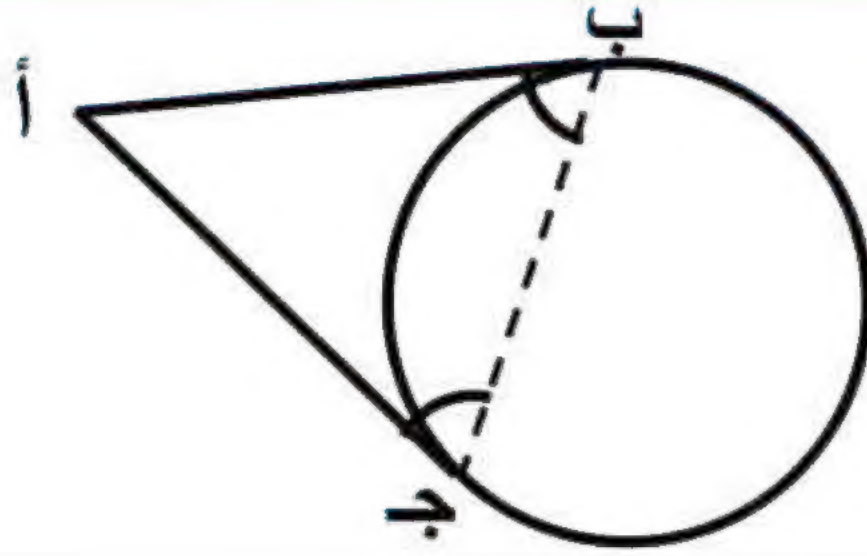
<p>مربع ضلع مثلث = مجموع مربعي الضلعين الآخرين</p> 	<p>زاوية محيطية مرسومة في نصف دائرة</p> 	<p>قطعة مارة بالمركز وتنصف الوتر</p> 
<p>وتر مشترك و خط مركزين في الدائرتان المتقاطعتان</p> 	<p>مماس مشترك و خط مركزين في الدائرتان المتماستان</p> 	<p>مماس و نصف قطر</p> 



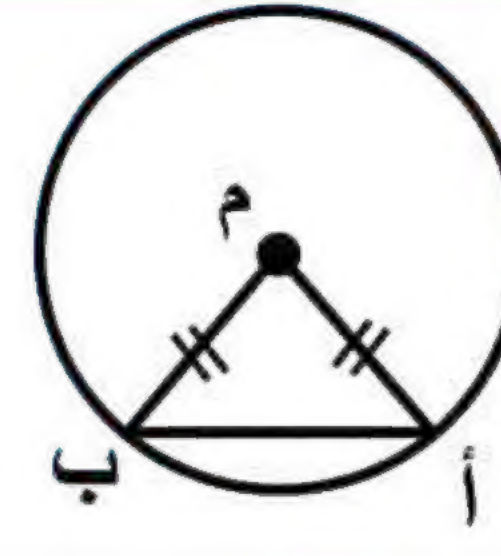
## خلاصة المثلث المتساوي الساقين

يكون المثلث متساوي الساقين إذا كان :

### ضلعيه قطعتان مماستان



### ضلعيه أنصاف أقطار



## طول القوس

$$\text{طول القوس} = \frac{\text{قياس القوس}}{360} \times 2\pi \text{ نق}$$

◆ قياس الدائرة =  $360^\circ$

◆ قياس نصف الدائرة =  $180^\circ$

◆ قياس ربع الدائرة =  $90^\circ$

◆ قياس خمس الدائرة =  $\frac{360}{5} = 72^\circ$  وهكذا

◆  $\frac{\text{قياس القوس}}{\text{قياس الدائرة}} = \frac{\text{طول القوس}}{\text{طول الدائرة}}$

◆ طول الدائرة = محيط الدائرة =  $2\pi \text{ نق}$

## ملاحظات

١ إذا كان المثلث حاد الزوايا فإن مركز الدائرة الخارجة له يقع داخل المثلث

إذا كان المثلث قائم الزاوية فإن مركز الدائرة الخارجة له يقع في منتصف وتر المثلث

إذا كان المثلث منفرج الزاوية فإن مركز الدائرة الخارجة له يقع خارج المثلث

٢ عدد محاور تماثل الدائرة: عدد لا نهائي

عدد محاور تماثل نصف الدائرة: محور واحد ، عدد محاور تماثل ربع الدائرة: محور واحد وهكذا

٣ إذا كان م ، ن دائرتان متقاطعتان فإن م ن  $\in [ \text{نق}^1 - \text{نق}^2 , \text{نق}^1 + \text{نق}^2 ]$

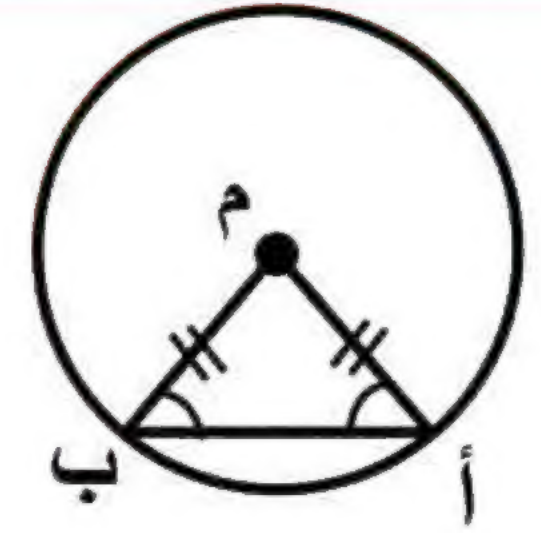
إذا كان م ، ن دائرتان متباعدتان فإن م ن  $\in [ \text{نق}^1 + \text{نق}^2 , \infty ]$

٤ الزاوية المحيطية التي تقابل قوساً أصغر من نصف الدائرة تكون حادة

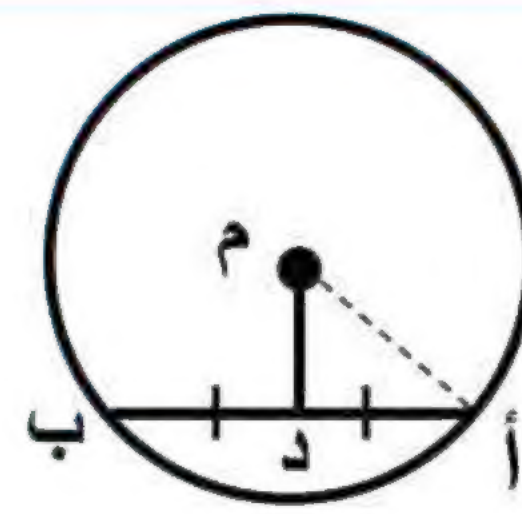
الزاوية المحيطية التي تقابل قوساً أكبر من نصف الدائرة تكون منفرجة

تنبيه: لا يُسمح لأي شخص حذف اسم محمود عوض من على الملزمة ومن يفعل فأمره موكل إلى الله جل جلاله  
(ولكن يُسمح بحذف رقم التليفون فقط)

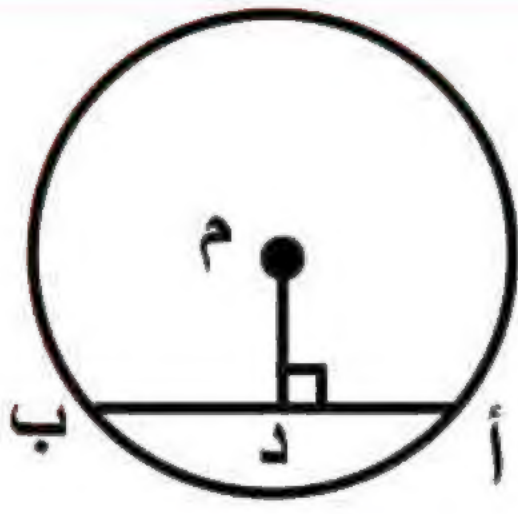




١  $\therefore \text{م} \text{ أ} = \text{م} \text{ ب}$  (لأنهما أنصاف أقطار)  
 $\therefore \triangle \text{م} \text{ أ} \text{ ب}$  متساوي الساقين  
 أي أن:  $\angle \text{ق} (\hat{\text{أ}}) = \angle \text{ق} (\hat{\text{ب}})$



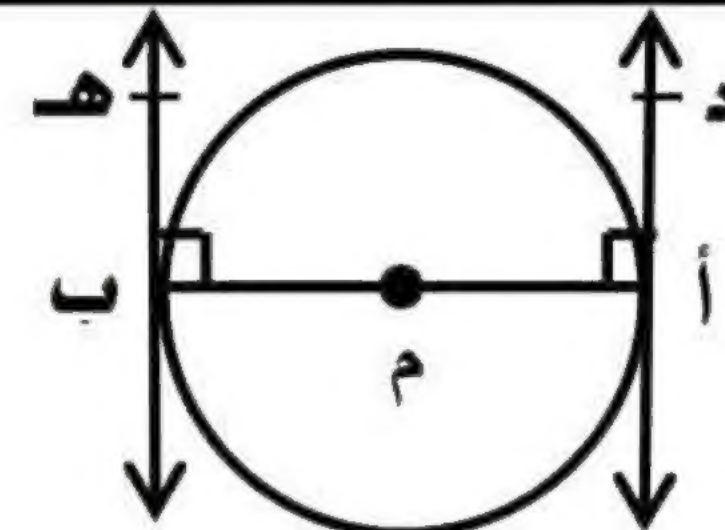
٢  $\therefore \text{د}$  منتصف الوتر  $\text{أ} \text{ ب}$   
 $\therefore \text{م} \text{ د} \perp \text{أ} \text{ ب}$   
 $\therefore \triangle \text{م} \text{ أ} \text{ د}$  قائم (يمكن تطبيق



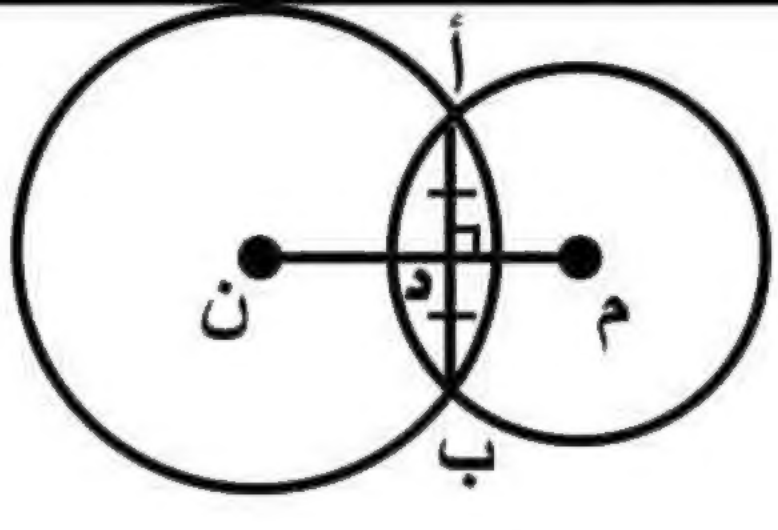
٣  $\therefore \text{م} \text{ د} \perp \text{أ} \text{ ب}$   
 $\therefore \text{د}$  منتصف  $\text{أ} \text{ ب}$   $\therefore \text{أ} \text{ د} = \text{د} \text{ ب}$   
 فإذا كان  $\text{أ} \text{ ب} = ٨ \text{ سم}$  فإن  $\text{أ} \text{ د} = ٤ \text{ سم}$



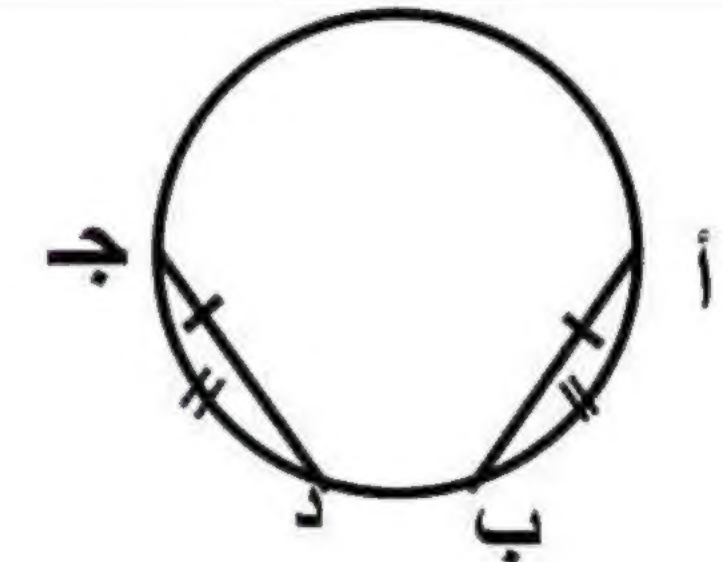
٤  $\therefore \text{ب} \text{ د}$  مماس ،  $\text{أ} \text{ ب}$  قطر  
 $\therefore \text{ب} \text{ د} \perp \text{أ} \text{ ب}$  (المماس  $\perp$  القطر)  
 والعكس: إذا كانت  $\text{ق} (\text{م} \hat{\text{ب}} \text{ د}) = ٩٠^\circ$   
 $\therefore \text{ب} \text{ د}$  مماس حيث  $\text{ب}$  نقطة التماس



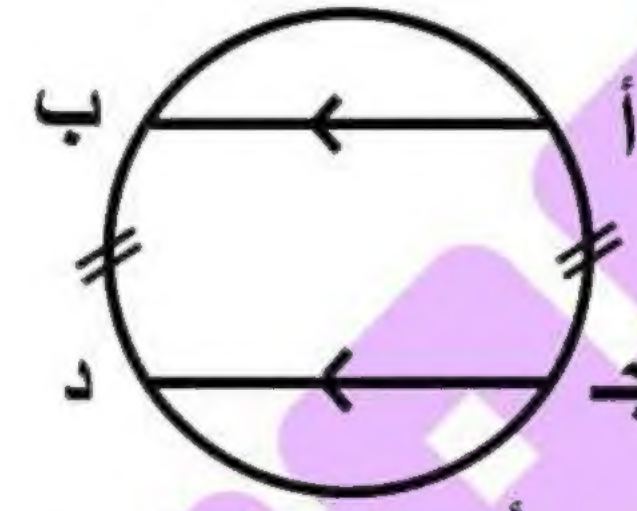
٥  $\therefore \text{د} \text{ أ}$  ،  $\text{هـ} \text{ ب}$  مماسان ،  $\text{أ} \text{ ب}$  قطر  
 $\therefore \text{د} \text{ أ} \parallel \text{هـ} \text{ ب}$   
 ومتناسخ ان المماس  $\perp$  نصف القطر



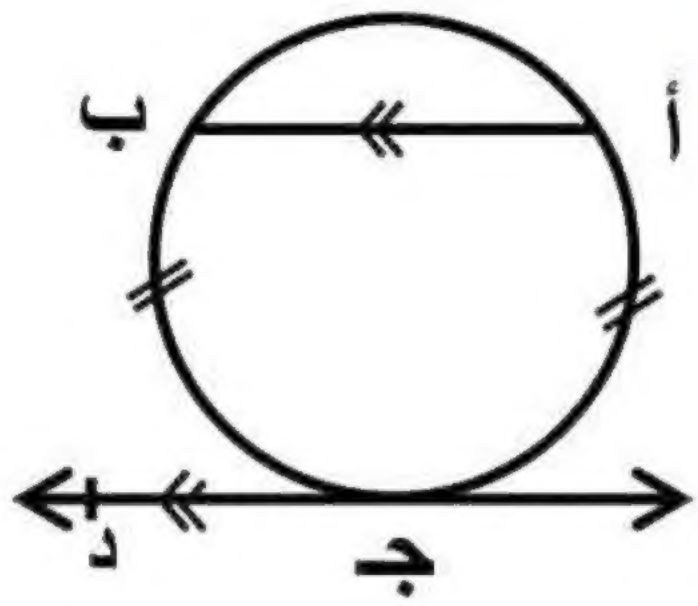
٦  $\therefore \text{أ} \text{ ب}$  وتر مشترك ،  $\text{م} \text{ ن}$  خط المركزين  
 $\therefore \text{م} \text{ ن} \perp \text{أ} \text{ ب}$  ،  $\text{م} \text{ ن}$  ينصف  $\text{أ} \text{ ب}$   
 خط المركزين هو محور تماثل الوتر المشترك



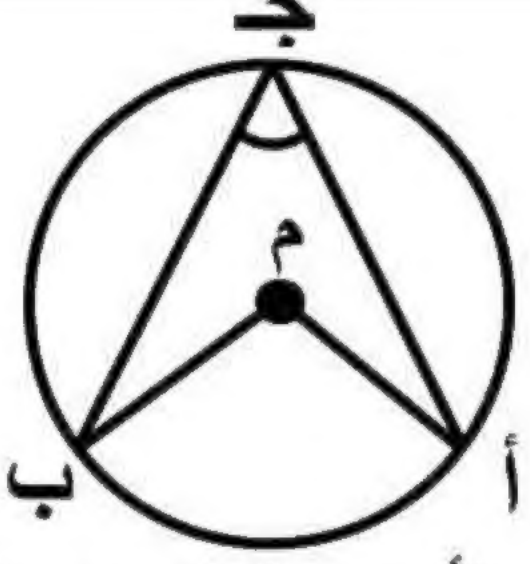
٧  $\therefore \text{ق} (\hat{\text{أ} \text{ ب}}) = \text{ق} (\hat{\text{ج} \text{ د}})$  الأقواس متساوية  
 $\therefore \text{أ} \text{ ب} = \text{ج} \text{ د}$  الأوتار متساوية  
 والعكس صحيح



٨  $\therefore$  الوتر  $\text{أ} \text{ ب} \parallel$  الوتر  $\text{ج} \text{ د}$   
 $\therefore \text{ق} (\hat{\text{أ} \text{ ج}}) = \text{ق} (\hat{\text{ب} \text{ د}})$



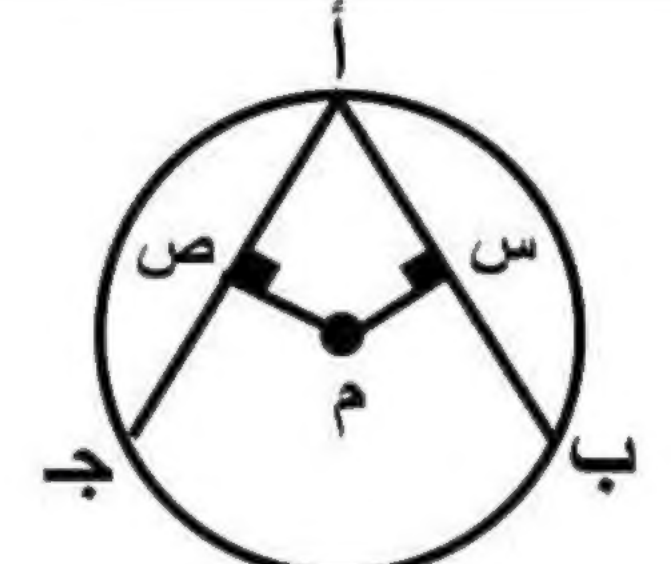
٩  $\therefore$  الوتر  $\text{أ} \text{ ب} \parallel$  المماس  $\text{ج} \text{ د}$   
 $\therefore \text{ق} (\hat{\text{أ} \text{ ج}}) = \text{ق} (\hat{\text{ب} \text{ د}})$



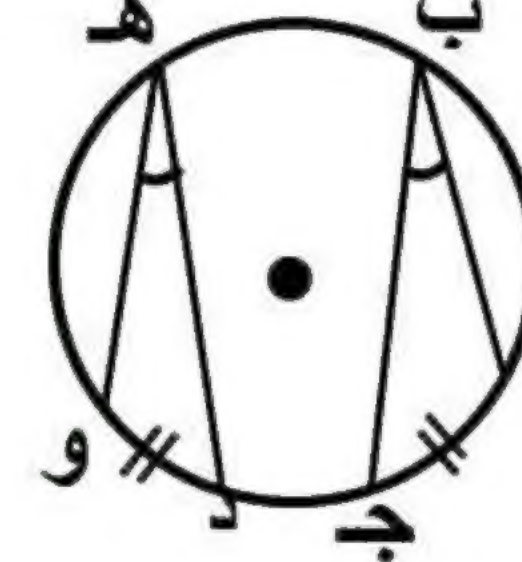
١٠  $\text{ق} (\hat{\text{ج} \text{ د}})$  المحيطية  $= \frac{1}{4} \text{ق} (\hat{\text{أ} \text{ م} \text{ ب}})$  المركزية  
 $\text{ق} (\hat{\text{ج} \text{ د}}) = \frac{1}{4} \text{ق} (\hat{\text{أ} \text{ ب}})$



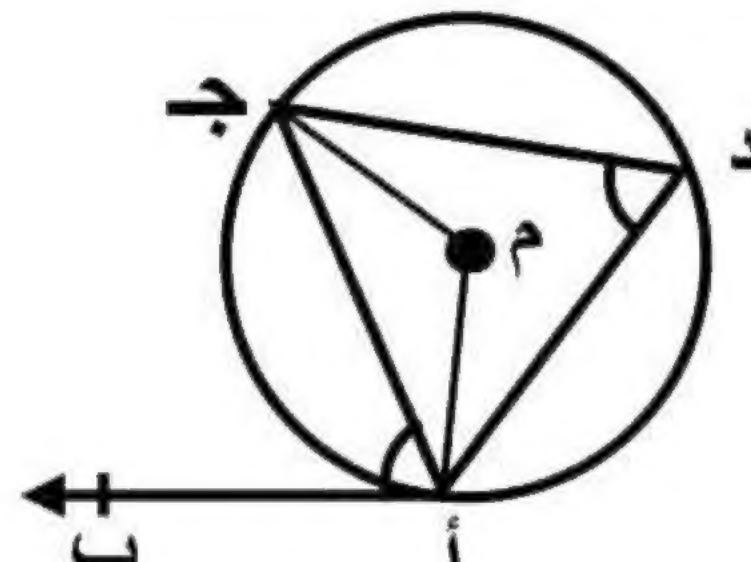
١١  $\text{ق} (\hat{\text{أ} \text{ ب}}) = \text{ق} (\hat{\text{أ} \text{ م} \text{ ب}})$  المركزية  
 $\text{ق} (\hat{\text{أ} \text{ ب}}) = ٢ \text{ق} (\hat{\text{أ} \text{ ج} \text{ ب}})$  المحيطية



١٢  $\therefore \text{أ} \text{ ب} = \text{أ} \text{ ج}$  (الأوتار متساوية)  
 $\therefore \text{م} \text{ س} = \text{م} \text{ ص}$  (الأبعاد متساوية)  
 والعكس صحيح



١٣  $\text{ق} (\hat{\text{ب}}) = \text{ق} (\hat{\text{هـ}})$   
 محيطيتان مشتركتان في القوس  $\text{أ} \text{ ج}$   
 كذلك:  $\text{ق} (\hat{\text{أ}}) = \text{ق} (\hat{\text{ج}})$

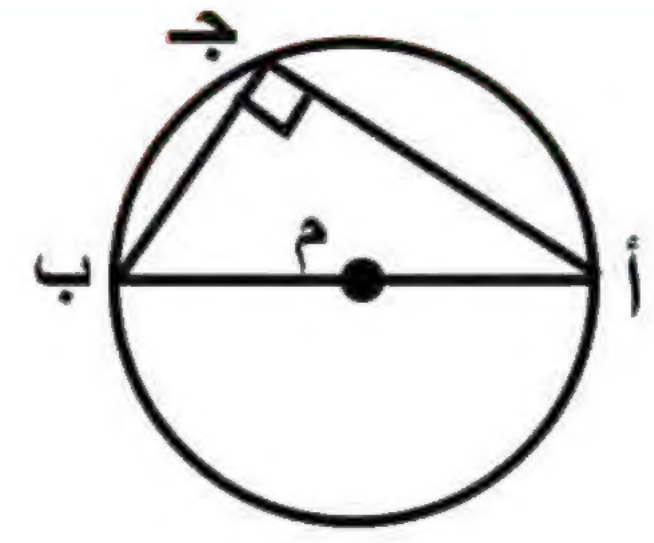


١٤  $\therefore \text{ق} (\hat{\text{أ} \text{ ج}}) = \text{ق} (\hat{\text{د} \text{ و}})$   
 $\therefore \text{ق} (\hat{\text{ب}}) = \text{ق} (\hat{\text{هـ}})$   
 محيطيتان أقواسهم متساوية (والعكس صحيح)

١٥ المركزية ضعف المماسية وضعف المحيطية



١٦

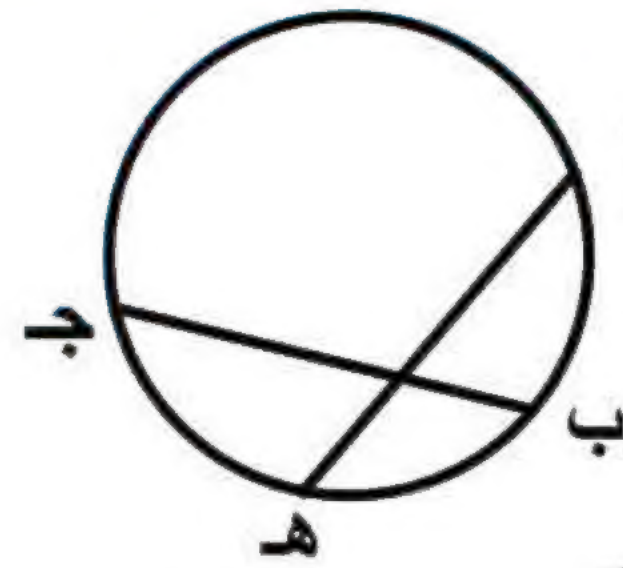


∴ AB قطر

∴ ق (أ ج ب) = ٩٠

محيطية مرسومة في نصف دائرة

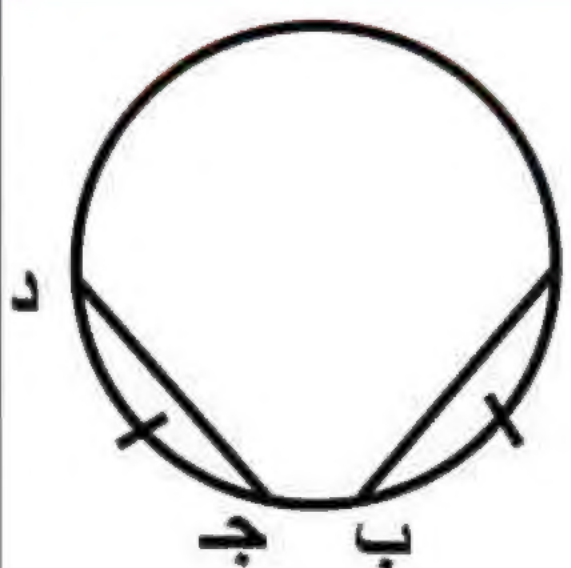
١٧



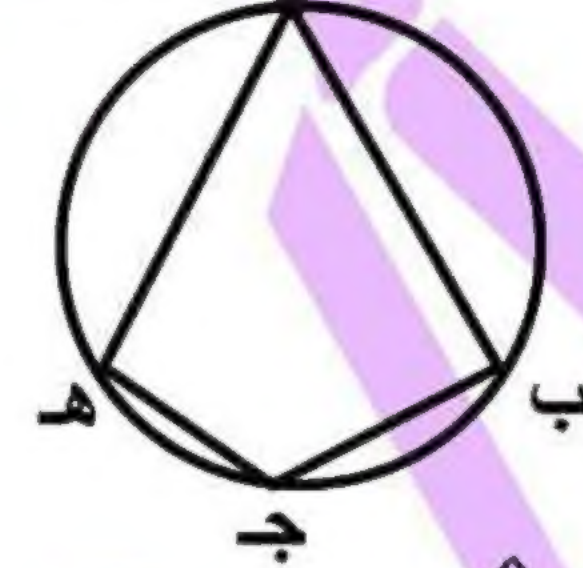
ق (أ ب هـ) = ق (أ ب) + ق (ب هـ)

ق (ب هـ ج) = ق (ج هـ) + ق (ب هـ)  
لاحظ أن : القوس ب هـ مشترك بينهما

١٨

الأقواس المتساوية في الطول  
متساوية في القياس والعكس∴ طول أب = طول ج د  
∴ ق (أ ب) = ق (ج د)طول القوس = قياس القوس  $\times \frac{2\pi}{360}$ 

١٩

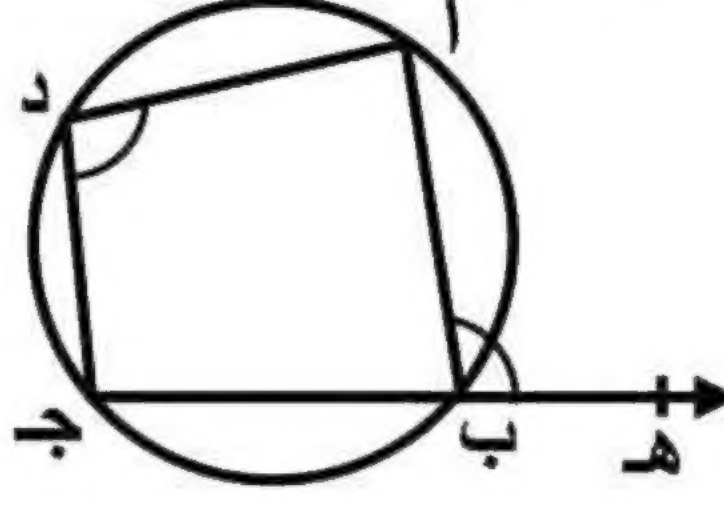
∴ الشكل د ب ج هـ  
رباعي دائري

∴ ق (د) + ق (ج) = ١٨٠

ق (أ) + ق (هـ) = ١٨٠

كل زاويتان متقابلتان مجموعهما ١٨٠

٢٠

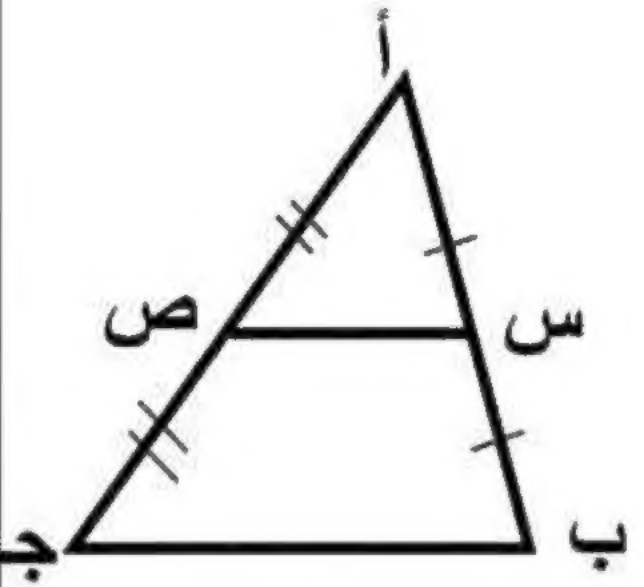


∴ الشكل أ ب ج د رباعي دائري

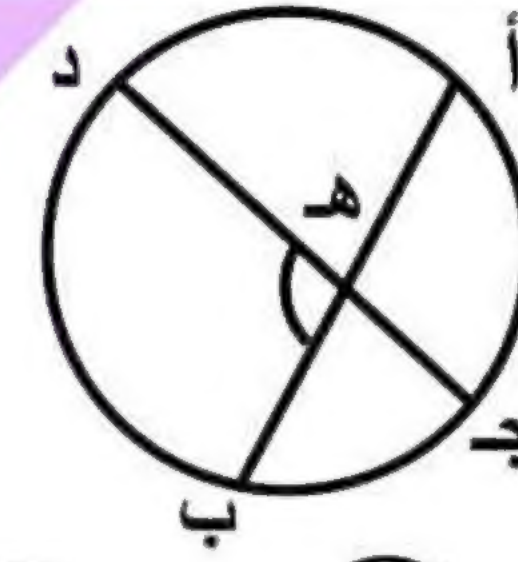
∴ ق (أ ب هـ) الخارجة = ق (د)

الزاوية الخارجة = المقابلة للمجاورة

٢١

∴ س منتصف أب،  
ص منتصف أج  
∴ س ص // ب ج، س ص =  $\frac{1}{2}$  ب ج

٢٢



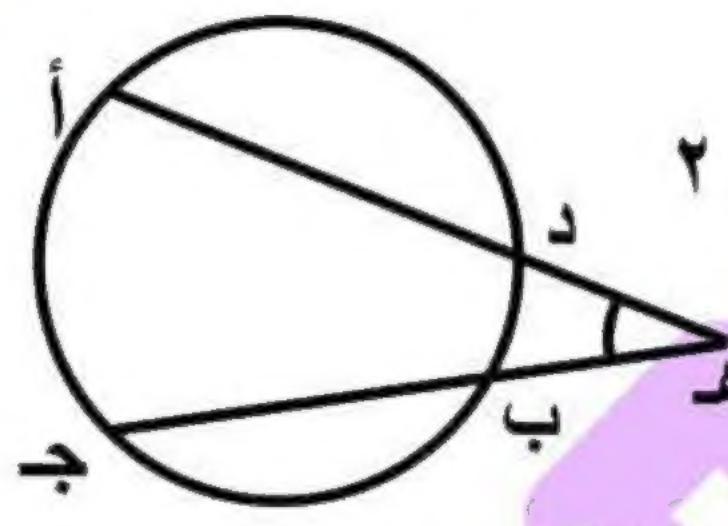
تعريف مشهور ١

ق (د هـ ب) =  $\frac{1}{2}$  [ ق (أ ج) + ق (د ب) ]

ق (أ ج) = ٢ ق (د هـ ب) - ق (د ب)

ق (د ب) = ٢ ق (د هـ ب) - ق (أ ج)

٢٣



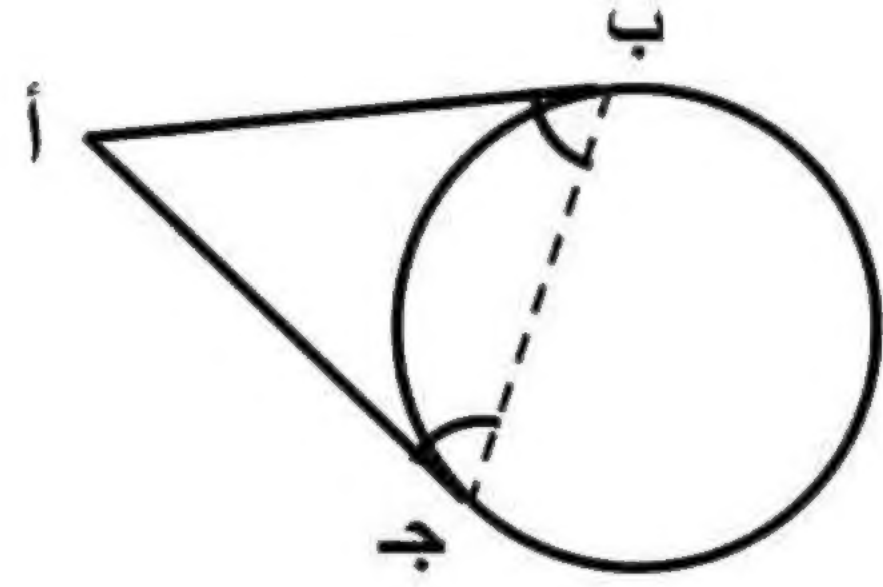
تمرين مشهور ٢

ق (هـ) =  $\frac{1}{2}$  [ ق (أ ج) - ق (د ب) ]

ق (أ ج) = ٢ ق (هـ) + ق (د ب)

ق (د ب) = ٢ ق (هـ) - ق (أ ج)

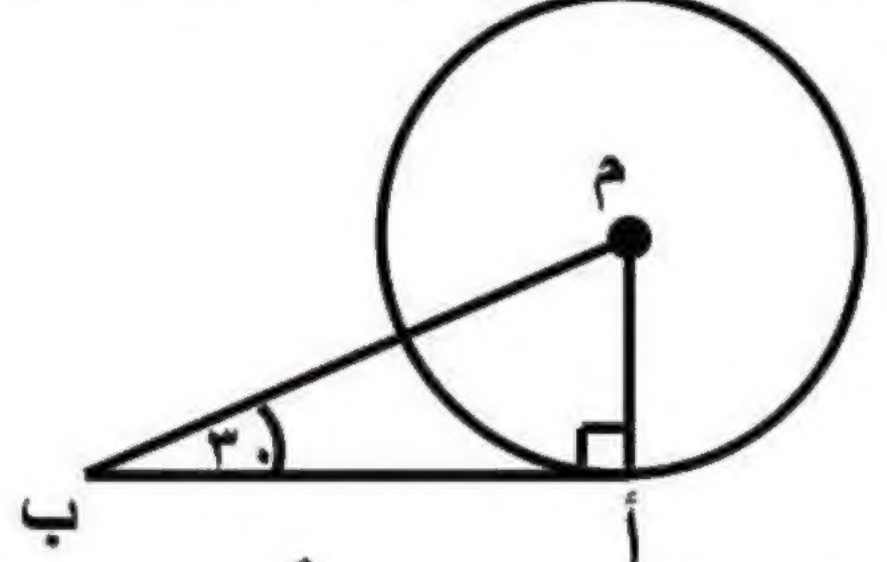
٢٤



∴ أب، أج قطعتان مماستان

∴ أب = أج، ق (ب) = ق (ج)

٢٥

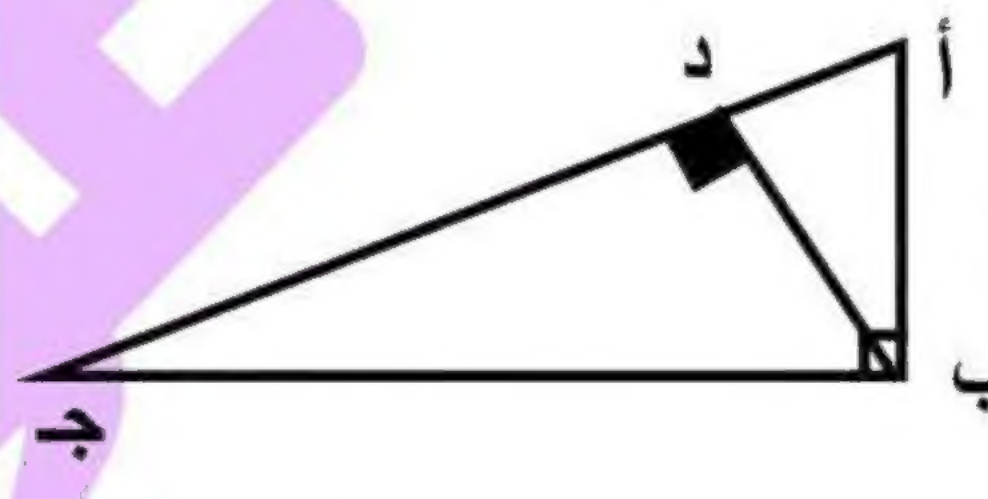


∴ Δ م أب قائم، ق (ب) = ٣٠

∴ م أ =  $\frac{1}{2}$  م ب

الضلع المقابل للزاوية ٣٠ = نصف طول الوتر

٢٦



إقليدس

∴ Δ أب ج قائم، ب د ⊥ الوتر أج

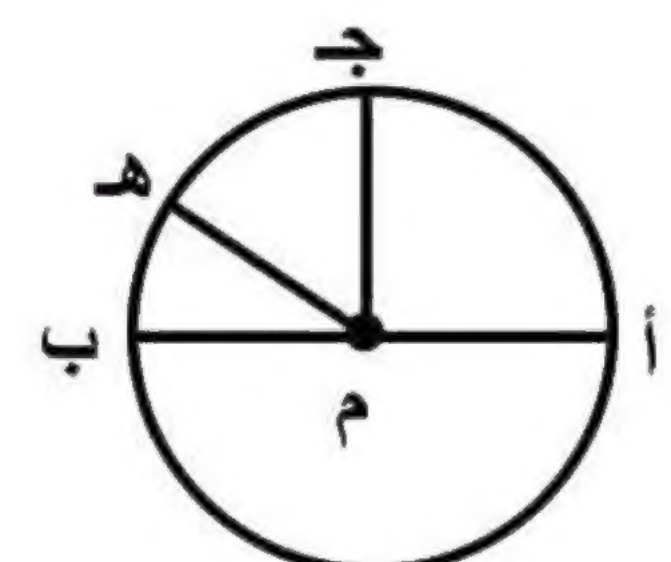
∴ ب د =  $\frac{أ ب \times ب ج}{أ ج}$ 

٢٧

لإثبات أن الشكل رباعي دائري ابحث عن  
أحدى الحالات الآتية :

- ١- زاويتان متقابلتان متكاملتان
- ٢- زاوية خارجة تساوي المقابلة للمجاورة
- ٣- زاويتان مرسومتان على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة منها ومتساويتان

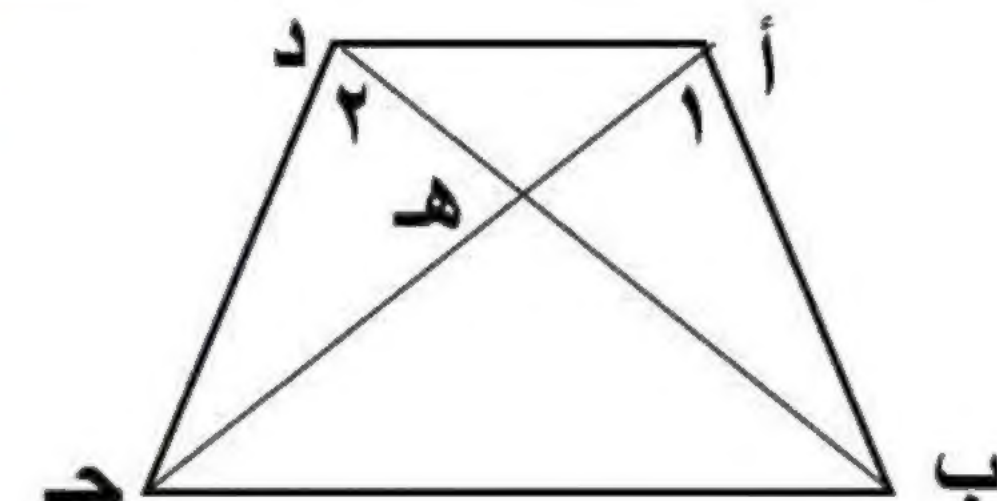
٢٨



∴ أب قطر ∴ ق (أ ج ب) = ١٨٠

∴ ق (أ ج) + ق (ج هـ) + ق (هـ ب) = ١٨٠

٢٩

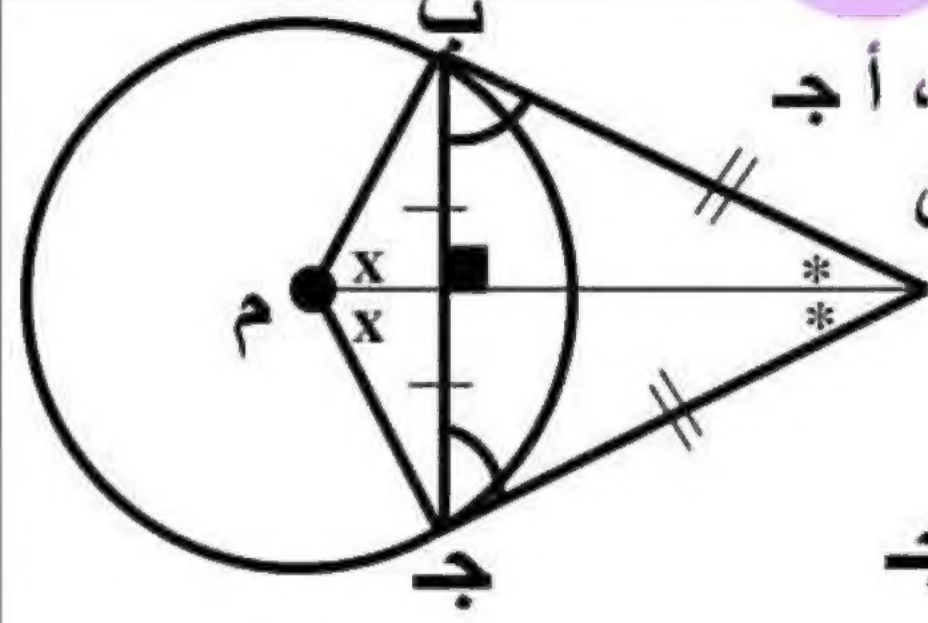


إذا كان ق (١) = ق (٢)

∴ أب ج د رباعي دائري

والعكس صحيح

٣٠



∴ أب، أج قطعتان مماستان

فإن:

■ أب = أج

■ ق (أ ب ج) = ق (أ ج ب)

■ أم ينصف أ وينصف م

■ أم ⊥ ب ج

■ أب م ج رباعي دائري



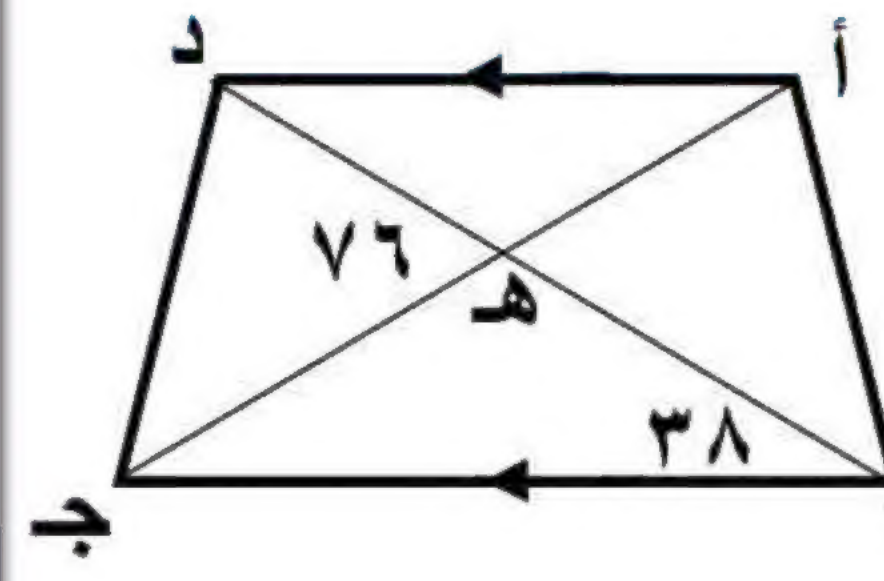




## ٥ في الشكل المقابل:

أ ب ج د شكل رباعي فيه  
 $\overline{أد} \parallel \overline{بج}$

اثبت أن



الحل

$$\text{ق (ب ه ج)} = 180 - 76 = 104$$

في  $\Delta$  ب ه ج :

$$\text{ق (ب ج ه)} = 180 - (104 + 38) = 38$$

$$\therefore \overline{أد} \parallel \overline{بج}$$

$$\therefore \text{ق (د أ ج)} = 38 \text{ بالتبادل}$$

$$\therefore \text{ق (د أ ج)} = \text{ق (د ب ج)}$$

وهما مرسومتان على قاعدة واحدة د ج

$\therefore$  الشكل أ ب ج د رباعي دائري

## ٦ في الشكل المقابل:

م س  $\perp$  أ ب ، م ص  $\perp$  أ ج

$$\text{ق (أ)} = 60^\circ$$

$$\text{ق (ب)} = 70^\circ$$

أوجد قياسات زوايا  $\Delta$  م س ص

الحل

$$\text{ق (ج)} = 180 - (60 + 70) = 50^\circ$$

$$\therefore \text{م س} \perp \text{أ ب} \therefore \text{س منتصف أ ب}$$

$$\therefore \text{م ص} \perp \text{أ ج} \therefore \text{ص منتصف أ ج}$$

$\therefore$  م س  $\parallel$  ب ج (قطعة واصلت بين منتصفى ضلعين)

$$\therefore \text{ق (أ س ص)} = 70^\circ, \text{ق (أ ص س)} = 50^\circ \text{ بالتناظر}$$

$$\therefore \text{ق (م س ص)} = 90 - 70 = 20^\circ$$

$$\text{ق (م ص س)} = 90 - 50 = 40^\circ$$

في  $\Delta$  م س ص :

$$\text{ق (س م ص)} = 180 - (40 + 20) = 120^\circ$$

## ٧ في الشكل المقابل:

ج د مماس للدائرة عند ج  
 $\overline{ج د} \parallel \overline{أب}$

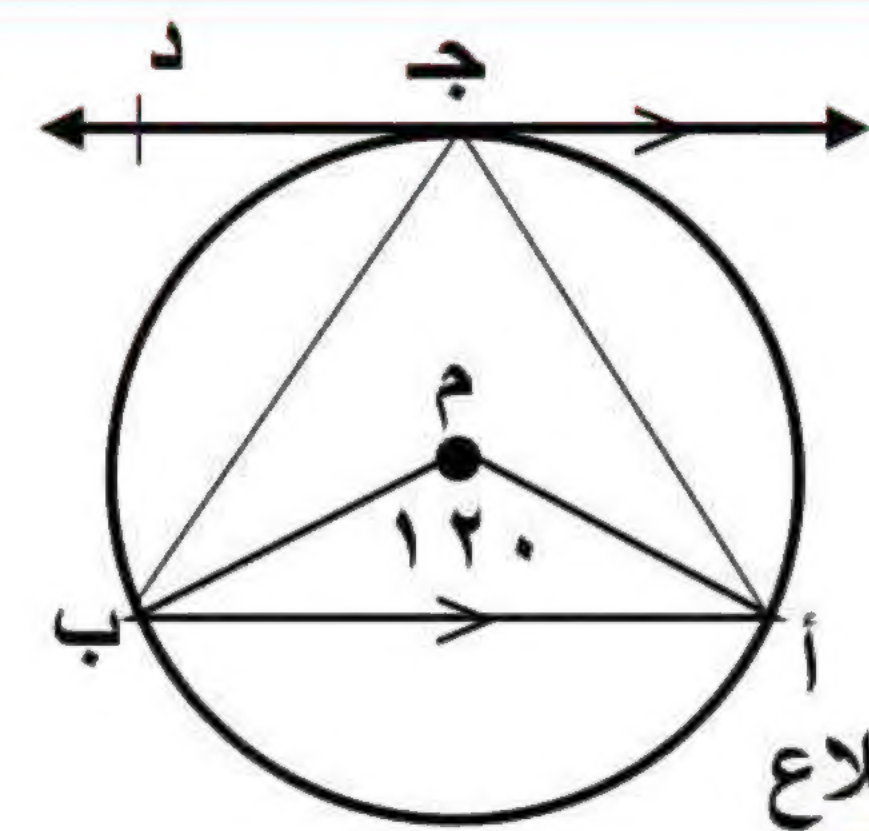
$$\text{ق (أ م ب)} = 120^\circ$$

اثبت أن :

$\Delta$  ج أ ب متساوي الأضلاع

الحل

$$\therefore \overline{ج د} \parallel \overline{أب}$$



$$\therefore \text{ق (د ج ب)} = \text{ق (ج ب أ)} \text{ بالتبادل} \quad (1)$$

$$\therefore \text{ق (د ج ب)} = \text{ق (ج أ ب)} \text{ المحيطية} \quad (2)$$

$$\text{من ١، ٢ ينتج أن : ق (ج ب أ)} = \text{ق (ج أ ب)}$$

$\therefore \Delta$  ج أ ب متساوي الساقين

$$\therefore \text{ق (م)} = \text{المركزية} = 120^\circ \therefore \text{ق (أ ج ب)} = 60^\circ$$

$\therefore \Delta$  ج أ ب متساوي الأضلاع

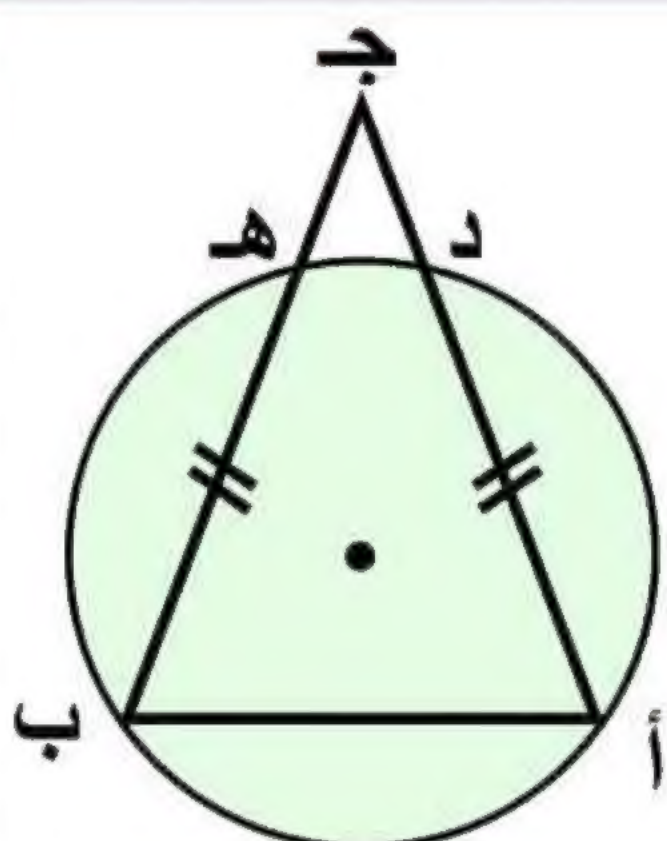
## ٨ في الشكل المقابل:

أ د ، ب ه وتران متساويان في

الطول في الدائرة

$$\overline{أ د} \cap \overline{ب ه} = \{ج\}$$

اثبت أن : ج د = ج ه



الحل

$$\therefore \overline{أ د} = \overline{ب ه} \therefore \text{ق (أ د)} = \text{ق (ب ه)}$$

وبإضافة ق (د ه) للطرفين

$$\therefore \text{ق (أ ه)} = \text{ق (ب د)}$$

$$\therefore \text{ق (ب)} = \text{ق (أ)} \therefore \text{ج أ} = \text{ج ب}$$

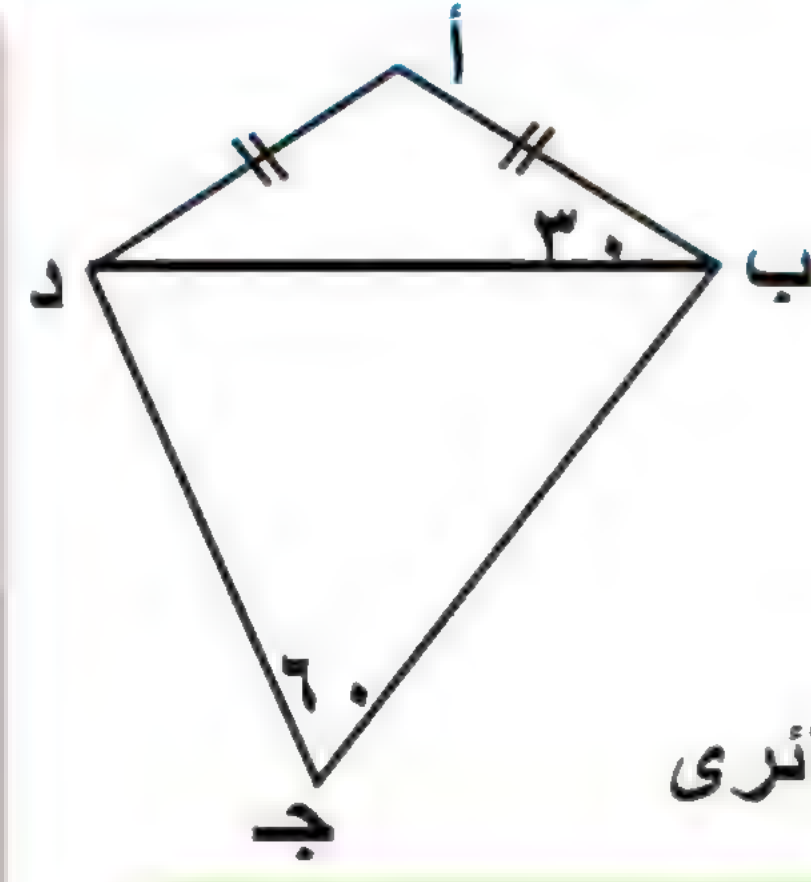
في  $\Delta$  ج أ ب :

$$\therefore \text{ج أ} = \text{ج ب} , \text{د أ} = \text{ه ب}$$

بالطرح ينتج أن : ج د = ج ه



## ٩ في الشكل المقابل:



الحل

∵ AB = AD ∴ ΔABD متساوي الساقين

$$\therefore \angle ADB = \angle ABD = 30^\circ$$

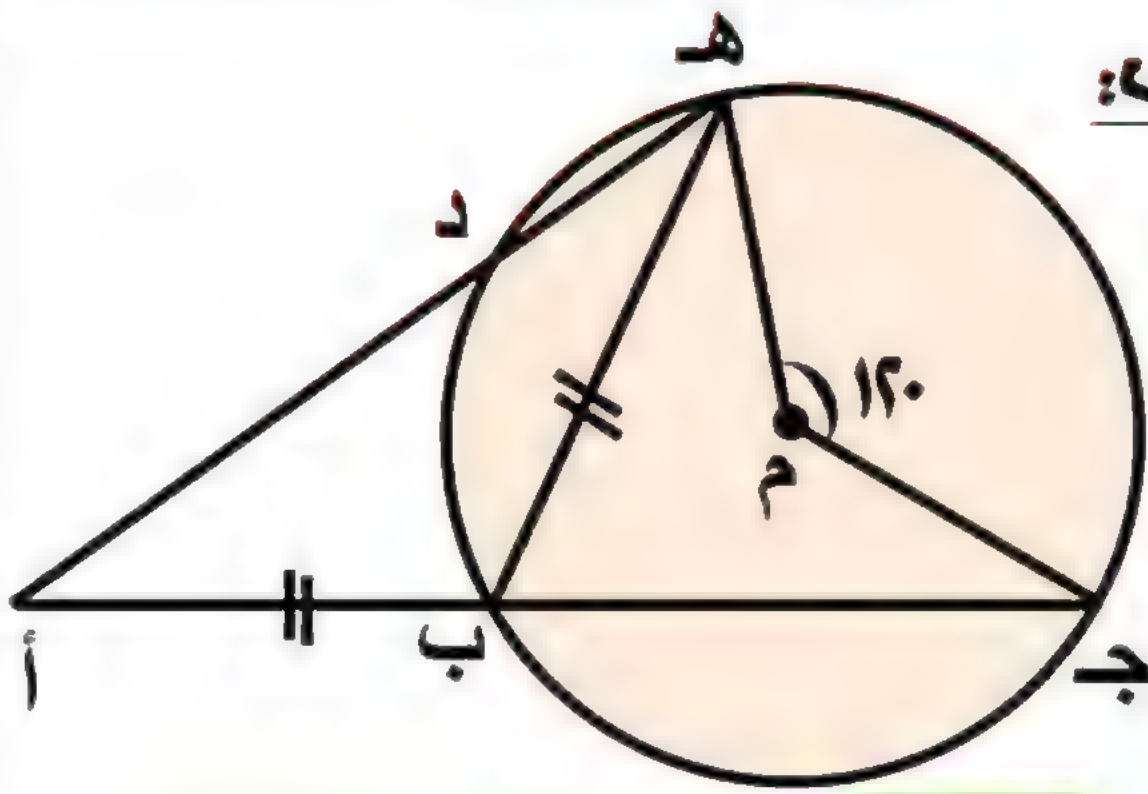
$$\therefore \angle A = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$$

$$\therefore \angle C = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$$

وهما زاويتان متقابلتان متكاملتان

∴ الشكل ABCD رباعي دائري

## ١١ في الشكل المقابل:



الحل

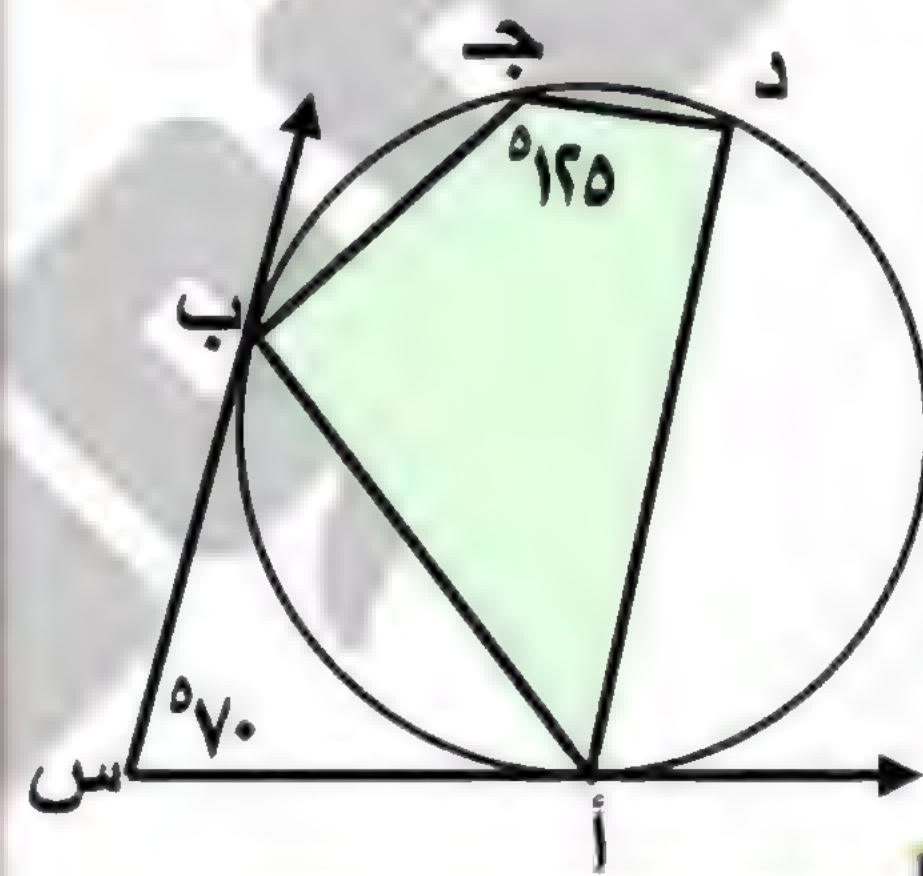
$$\therefore \angle ADB = \angle ACB = 120^\circ$$

$$\therefore \angle ADB = \angle ACB = 60^\circ$$

$$\therefore \angle ADB = \angle ACB = 60^\circ$$

$$\therefore \angle ADB = \angle ACB = 60^\circ$$

## ١٠ في الشكل المقابل:



الحل

∴ AB جـ د رباعي دائري

$$\therefore \angle ADB = \angle ACB = 180^\circ$$

$$\therefore \angle ADB = \angle ACB = 55^\circ$$

∴ SA, SB مماستان للدائرة

$$\therefore SA = SB$$

∴ Δ SAB متساوي الساقين

$$\therefore \angle ASB = \frac{180^\circ - 70^\circ}{2} = 55^\circ$$

من ١، ٢ ينتج أن:  $\angle ADB = \angle ACB = \angle ASB$

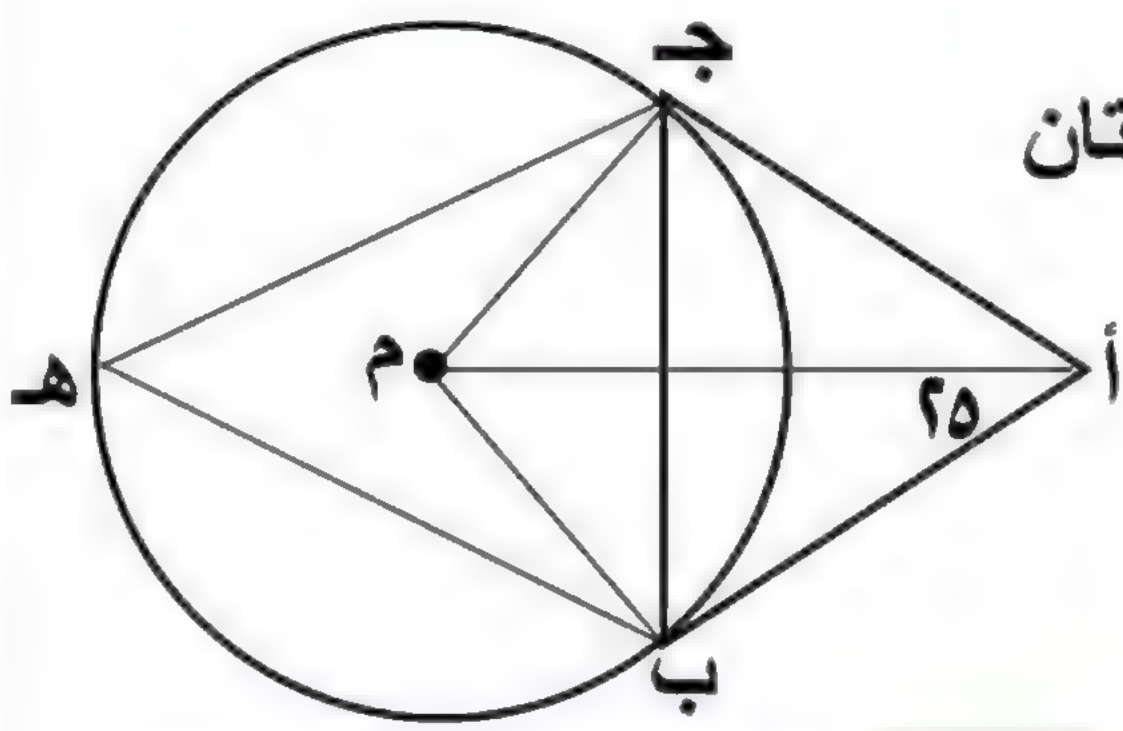
∴ AB ينصف د AS المطلوب الأول

$$\therefore \angle ADB = \angle ACB = 55^\circ + 55^\circ = 110^\circ$$

$$\therefore \angle ADB = \angle ACB = 70^\circ + 110^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore AD \parallel SB$$

## ١٢ في الشكل المقابل:



الحل

∴ AB, AC مماستان ∴ AM ينصف A

$$\therefore \angle A = 2 \times 25^\circ = 50^\circ$$

$$\therefore \angle ADB = \angle ACB = \frac{50^\circ - 180^\circ}{2} = 65^\circ$$

∴ AB مماسة، M جـ نصف قطر ∴ OM ⊥ AB

$$\therefore \angle AOM = 90^\circ$$

كذلك ∴ AB مماسة، M بـ نصف قطر ∴ OM ⊥ AB

$$\therefore \angle AOM = 90^\circ$$

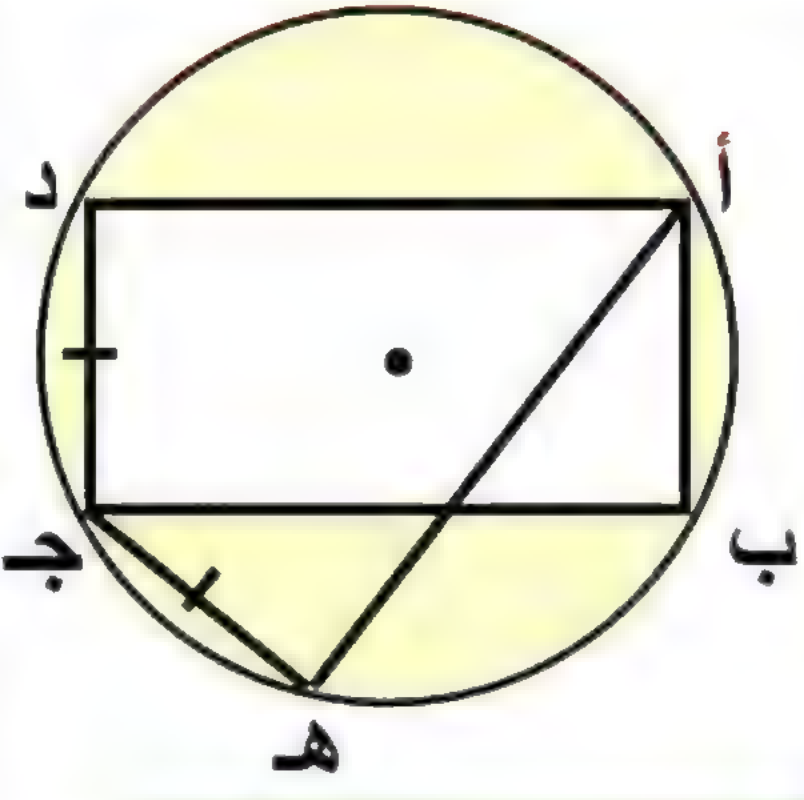
في الشكل الرباعي ABOM

$$\therefore \angle AOM = 90^\circ + 90^\circ + 50^\circ = 130^\circ$$

$$\therefore \angle ADB = \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOM = 65^\circ$$



## ١٥ في الشكل المقابل:



أ ب ج د مستطيل مرسوم داخل دائرة  
ج ه = ج د  
اثبت أن : أ ه = ب ج

الحل

∴ أ ب = د ج خواص المستطيل

ه ج = د ج (معطى)

∴ أ ب = ه ج

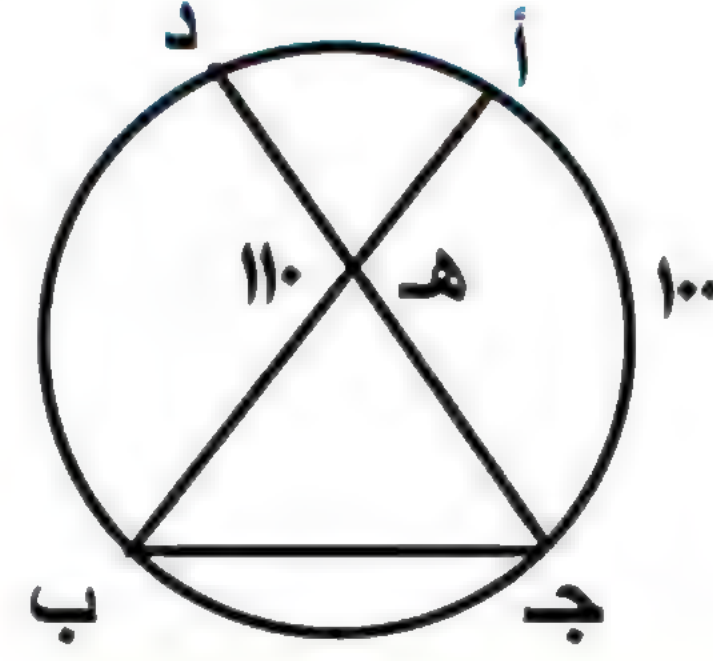
∴ ق (أ ب) = ق (ه ج)

بإضافة ق (ب ه) للطرفين

∴ ق (أ ه) = ق (ب ج)

∴ أ ه = ب ج ه ط ث

## ١٣ في الشكل المقابل:



أ ب ∩ ج د = { ه }  
ق (د ه ب) = ١١٠°  
ق (أ ج) = ١٠٠°  
أوجد ق (د ج ب)

الحل

من تمرين مشهور :

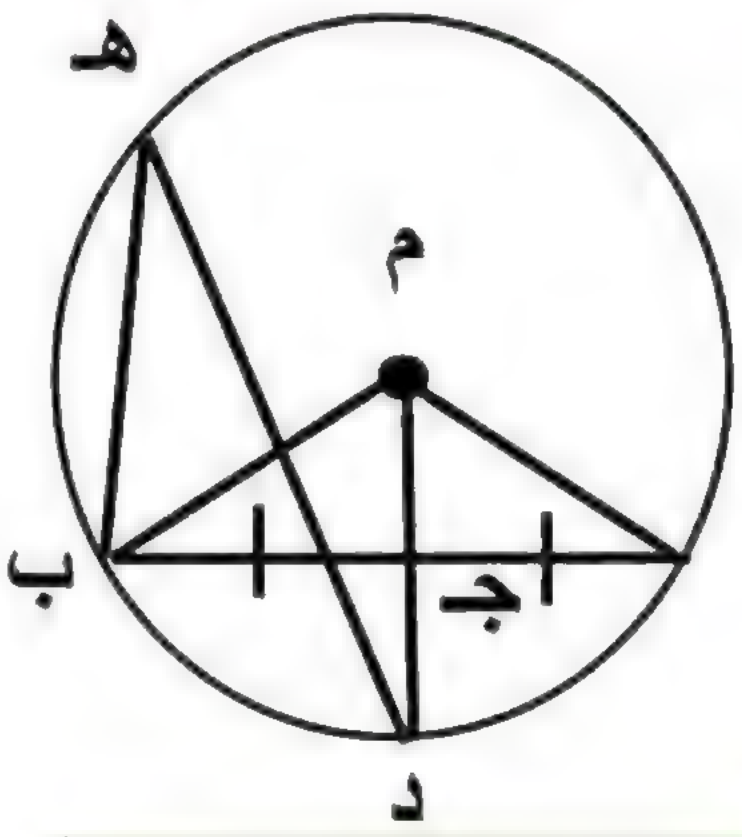
ق (د ب) = ٢ ق (د ه ب) - ق (أ ج)

= ١٢٠ = ١٠٠ - ١١٠ × ٢

∴ ق (د ج ب) المحيطية =  $\frac{1}{2}$  ق (د ب)

∴ ق (د ج ب) =  $\frac{١٢٠}{٢}$  = ٦٠°

## ١٦ في الشكل المقابل:



ج منتصف أ ب  
ق (م أ ب) = ٢٠°  
أوجد : ق (ب ه د) ، ق (أ د ب)

الحل

∴ م أ = م ب أنصاف أقطار

∴ ∆ م أ ب متساوي الساقين ∴ ق (م ب أ) = ٢٠°

∴ ج منتصف أ ب ∴ م ج ⊥ أ ب ∴ ق (م ج ب) = ٩٠°

في ∆ م ج ب : ق (ج م ب) = ١٨٠ - (٢٠ + ٩٠) = ٧٠°

∴ ق (ب ه د) =  $\frac{1}{2}$  ق (د م ب)

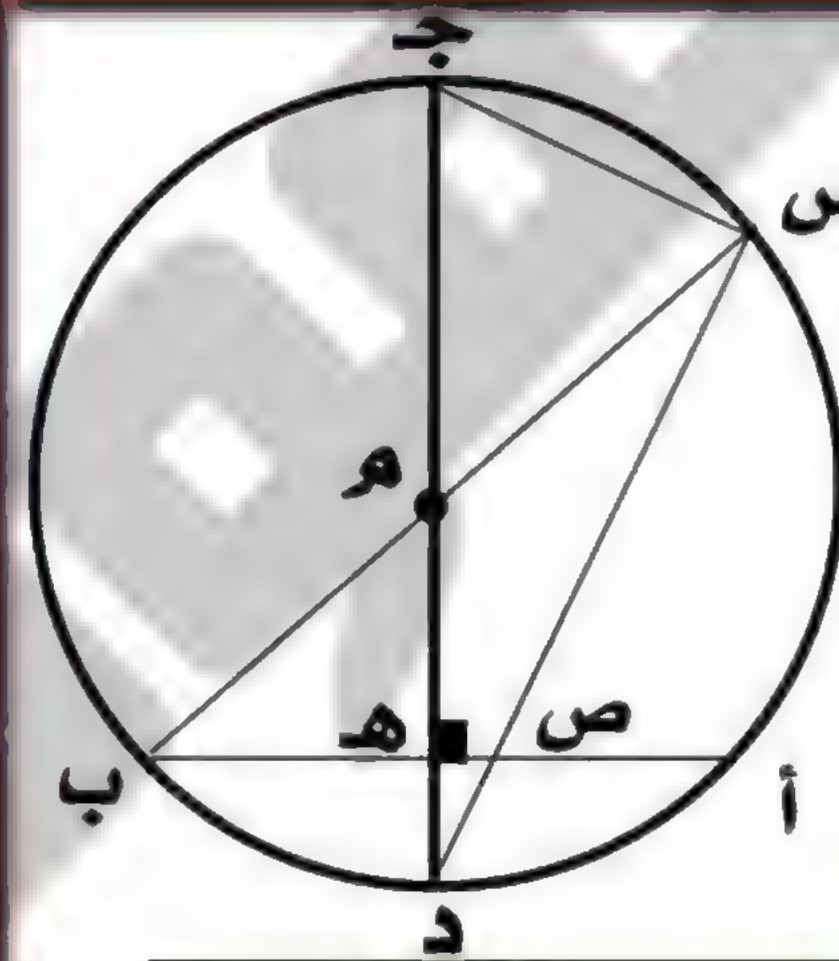
محيطية ومركزية مشتركتان في أ ب

∴ ق (ب ه د) = ٣٥° المطلوب الأول

في ∆ م أ ب : ق (أ م ب) = ١٨٠ - (٢٠ + ٢٠) = ١٤٠°

∴ ق (أ د ب) = ق (أ م ب) المركزية = ١٤٠°

## ١٤ في الشكل المقابل:



ج د قطر ⊥ أ ب

اثبت أن :

١- س ص ه ج رباعي دائري

٢- ق (د ص ب) = ق (د ب س)

الحل

∴ ج د ⊥ أ ب ∴ ق (ج ه ص) = ٩٠°

∴ ق (ج س د) = ٩٠° محيطية مرسومة في نصف دائرة

∴ ق (ج ه ص) + ق (ج س د) = ١٨٠° (متقابلتان متكاملتان)

∴ س ص ه ج رباعي دائري المطلوب الأول

∴ ق (د ص ب) = ق (ج د) (١)

لأن قياس الزاوية الخارجة = قياس المقابلة للمجاورة

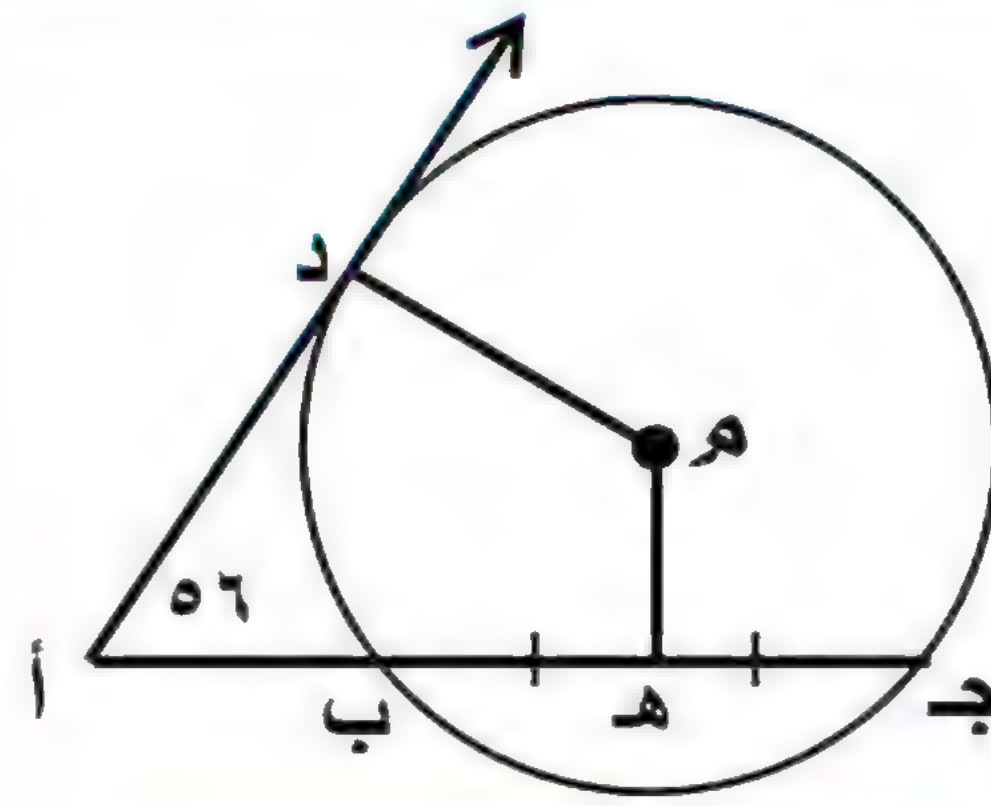
∴ ق (د ب س) = ق (ج د) (٢)

لأنهما محيطيتان مشتركتان في س د

من ١، ٢ ينتج أن : ق (د ص ب) = ق (د ب س)



## ١٧ في الشكل المقابل:



أ د مماس للدائرة عند د  
هـ منتصف ب ج  
ق (أ) =  $56^\circ$   
أوجد ق (د م هـ)

## الحل

∴ أ د مماس ، م د نصف قطر ∴ م د ⊥ أ د

$$\therefore \text{ق (م د أ)} = 90^\circ$$

∴ هـ منتصف ج ب ∴ م هـ ⊥ ج ب

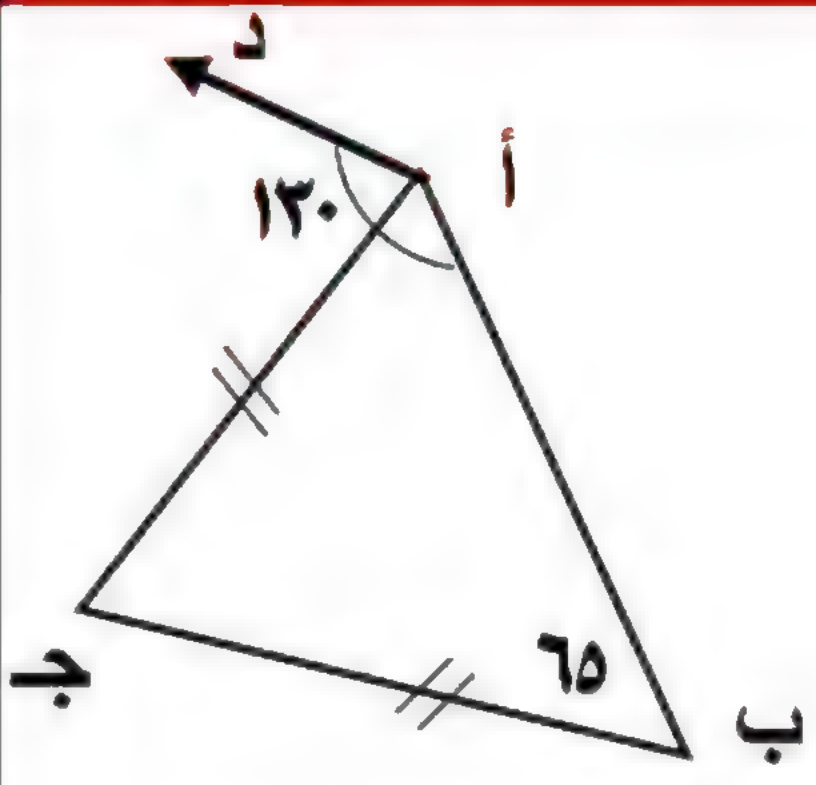
$$\therefore \text{ق (م هـ ب)} = 90^\circ$$

∴ مجموع قياسات الشكل الرباعي م هـ أ د =  $360^\circ$

$$\therefore \text{ق (د م هـ)} = (90 + 90 + 56) - 360 =$$

$$= 236 - 360 = 124^\circ$$

## ١٩ في الشكل المقابل:



ج أ = ج ب  
ق (ب أ د) =  $130^\circ$   
ق (ب) =  $65^\circ$   
اثبت أن:  
أ د مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ ب ج

## الحل

$$\therefore \text{ج أ} = \text{ج ب}$$

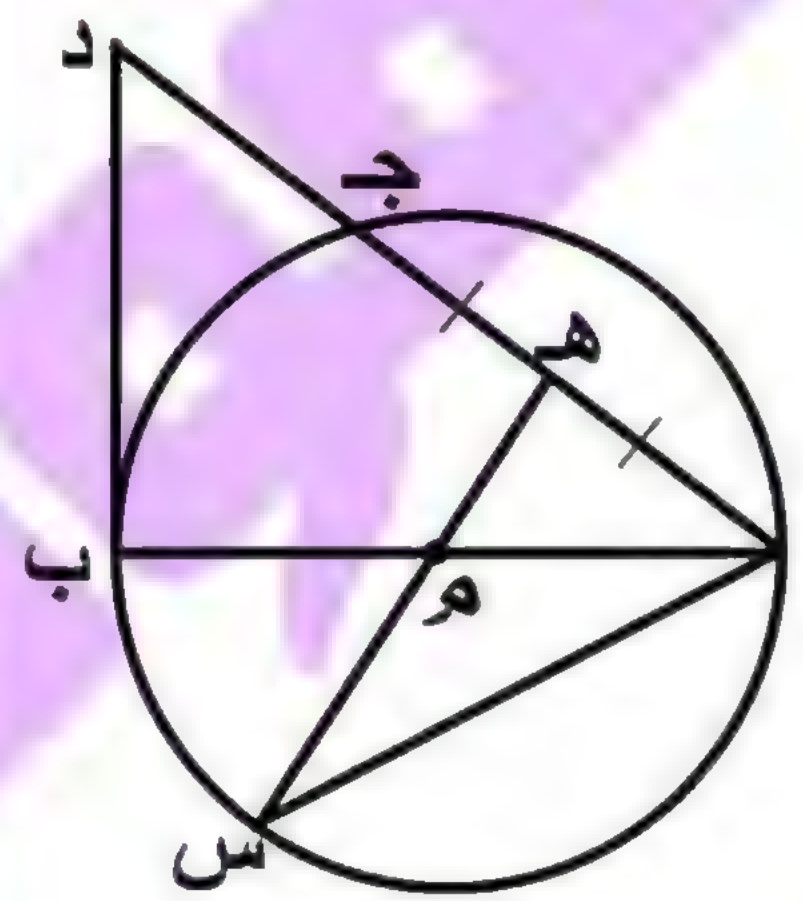
$$\therefore \text{ق (ج أ ب)} = \text{ق (ب)} = 65^\circ$$

$$\therefore \text{ق (د أ ج)} = 65 - 130 = 65^\circ$$

$$\therefore \text{ق (د أ ج)} = \text{ق (ب)}$$

∴ أ د مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ ب ج

## ١٨ في الشكل المقابل:



أ ب قطر في الدائرة م  
هـ منتصف أ ج ، د ب مماس  
اثبت أن:  
(١) م ب د هـ رباعي دائري  
(٢) ق (ب أ س) =  $\frac{1}{4}$  ق (د)

## الحل

$$\therefore \text{د ب مماس} \therefore \text{د ب} \perp \text{أ ب}$$

$$\therefore \text{ق (ب)} = 90^\circ \leftarrow 1$$

$$\therefore \text{هـ منتصف أ ج} \therefore \text{م هـ} \perp \text{أ ج}$$

$$\therefore \text{ق (م هـ د)} = 90^\circ \leftarrow 2$$

$$\text{من ١، ٢ ينتج أن: ق (ب)} + \text{ق (م هـ د)} = 180^\circ$$

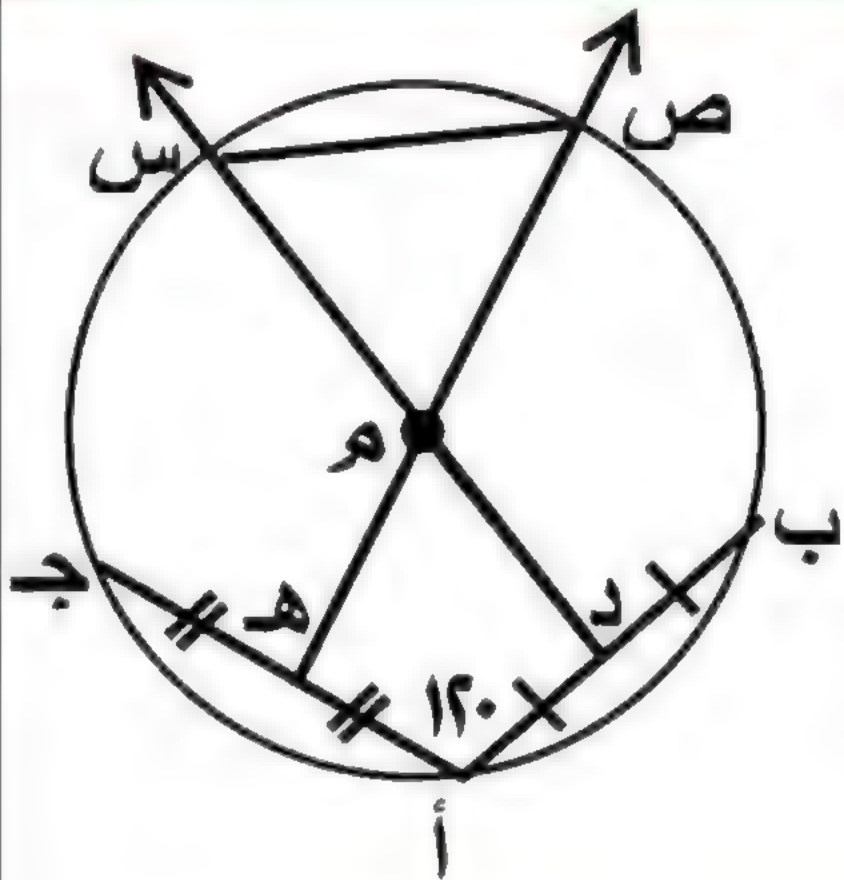
∴ الشكل م ب د هـ رباعي دائري

$$\therefore \text{ق (د)} = \text{ق (ب م س) الخارجة} \leftarrow 3$$

$$\therefore \text{ق (ب أ س) المحيطية} = \frac{1}{4} \text{ ق (ب م س) المركزية} \leftarrow 4$$

$$\text{من ٣، ٤:} \therefore \text{ق (ب أ س)} = \frac{1}{4} \text{ ق (د)}$$

## ٢٠ في الشكل المقابل:



د ، هـ منتصف أ ب ، أ ج  
على الترتيب  
ق (أ) =  $120^\circ$   
اثبت أن:  
Δ س ص م متساوي الأضلاع

## الحل

$$\therefore \text{د منتصف أ ب} \therefore \text{م د} \perp \text{أ ب}$$

$$\therefore \text{ق (م د أ)} = 90^\circ$$

$$\therefore \text{هـ منتصف أ ج} \therefore \text{م هـ} \perp \text{أ ج}$$

$$\therefore \text{ق (م هـ أ)} = 90^\circ$$

∴ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي =  $360^\circ$

$$\therefore \text{ق (د م هـ)} = (120 + 90 + 90) - 360 = 60^\circ$$

$$\therefore \text{ق (ص م س)} = 60^\circ \text{ بالتقابل بالرأس}$$

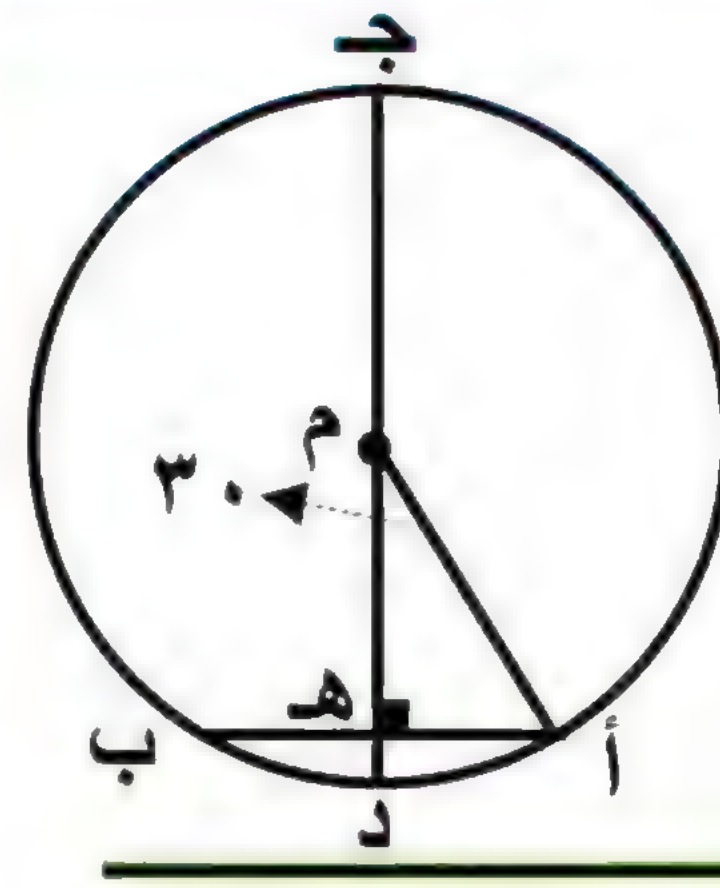
$$\therefore \text{م س} = \text{م ص} \text{ (أنصاف أقطار)}$$

$$\therefore \text{ق (م ص س)} = \text{ق (م س ص)} = 60^\circ$$

∴ Δ س ص م متساوي الأضلاع (جميع زواياه  $60^\circ$ )



## ٢١) في الشكل المقابل:



جد قطر في الدائرة م  
م هـ  $\perp$  أ ب  
ق (أ م هـ) =  $30^\circ$   
أ ب = ١٠ سم  
أوجد طول ج د ، م هـ

الحل

$\therefore$  م هـ  $\perp$  أ ب  $\therefore$  هـ منتصف أ ب  $\therefore$  أ هـ = ٥ سم

$\therefore$  ق (أ م هـ) =  $30^\circ$   $\therefore$  أ هـ =  $\frac{1}{2}$  أ م  $\therefore$  أ م = ١٠ سم

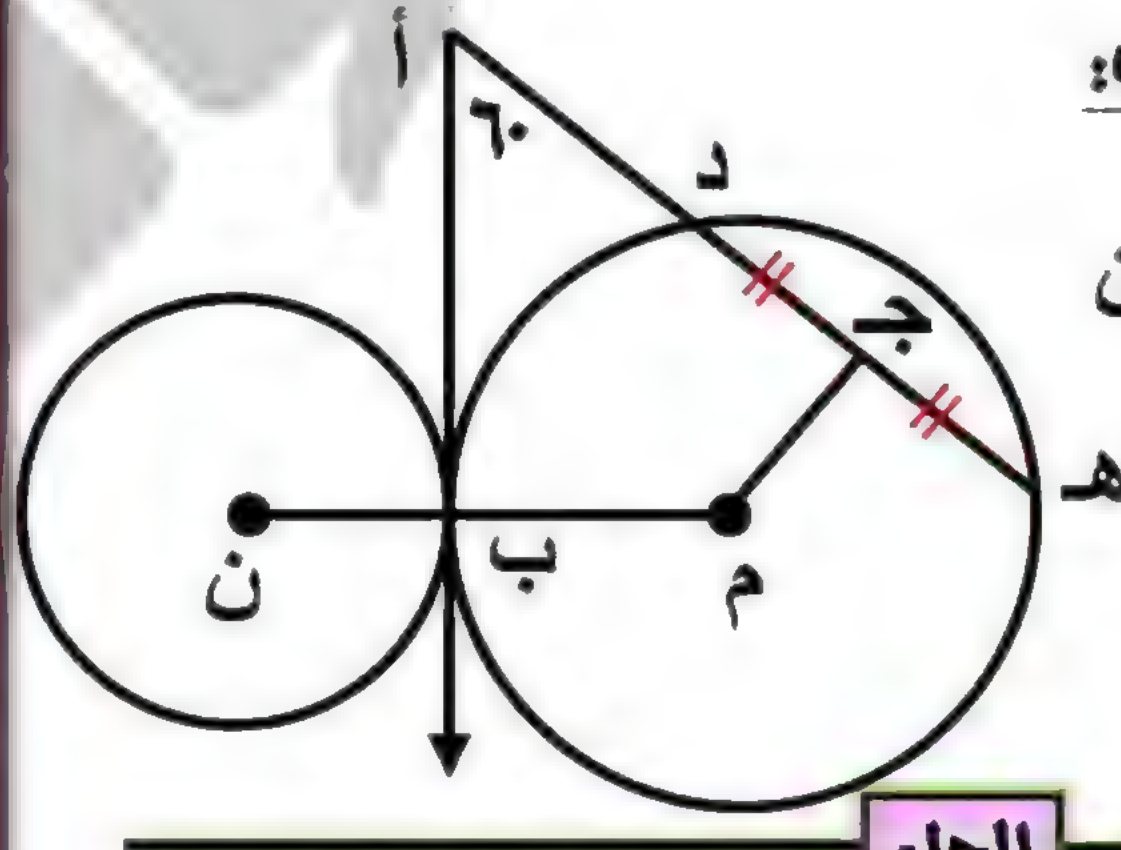
$\therefore$  القطر ج د =  $2 \times ١٠ = ٢٠$  سم المطلوب الأول

في  $\Delta$  م هـ أ من فيثاغورث:

$$(م هـ)^2 = (أ م)^2 - (أ هـ)^2 = 100 - 25 = 75$$

$$\therefore م هـ = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \text{ سم}$$

## ٢٢) في الشكل المقابل:



م ، ن دائرتان متماستان  
ج منتصف د هـ  
ق (أ) =  $60^\circ$   
أوجد ق (ج م ب)

الحل

$\therefore$  ج منتصف د هـ  $\therefore$  م ج  $\perp$  د هـ

$$\therefore$$
 ق (أ ج م) =  $90^\circ$

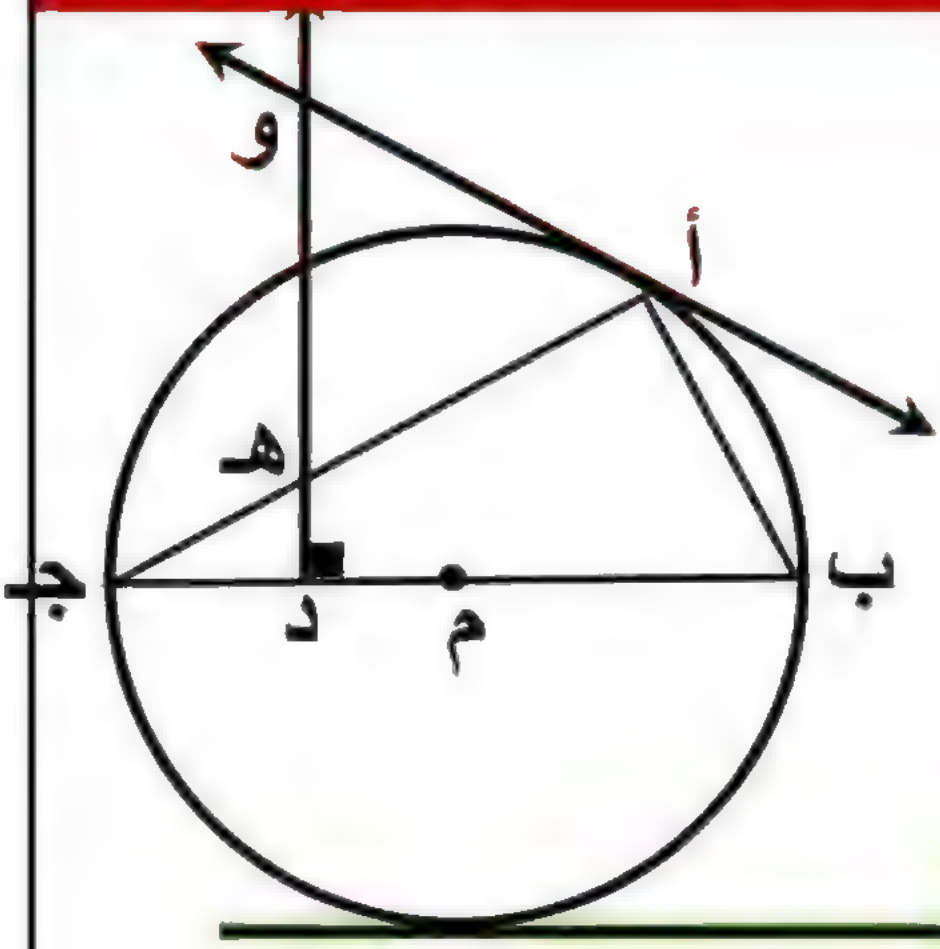
$\therefore$  م ن خط مركزين ، أ ب مماس مشترك

$$\therefore$$
 م ن  $\perp$  أ ب  $\therefore$  ق (أ ب م) =  $90^\circ$

$\therefore$  مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي أ ب م ج =  $360^\circ$

$$\therefore$$
 ق (ج م ب) =  $360 - (60 + 90 + 90) = 120^\circ$

## ٢٣) في الشكل المقابل:



ب ج قطر ، أ و مماس

د و  $\perp$  ب ج ، اثبت أن:

(١) الشكل أ ب د هـ رباعي دائري

(٢)  $\Delta$  أ و هـ متساوي الساقين

الحل

$\therefore$  ب ج قطر

$$\therefore$$
 ق (ب أ ج) =  $90^\circ$  (محيطية في نصف دائرة)  $\leftarrow ١$

$$\therefore$$
 د و  $\perp$  ب ج  $\therefore$  ق (هـ د ج) =  $90^\circ$   $\leftarrow ٢$

من ١ ، ٢ ينتج أن:

ق (هـ د ج) الخارجة = ق (ب أ ج) المقابلة للمجاورة

$\therefore$  الشكل أ ب د هـ رباعي دائري

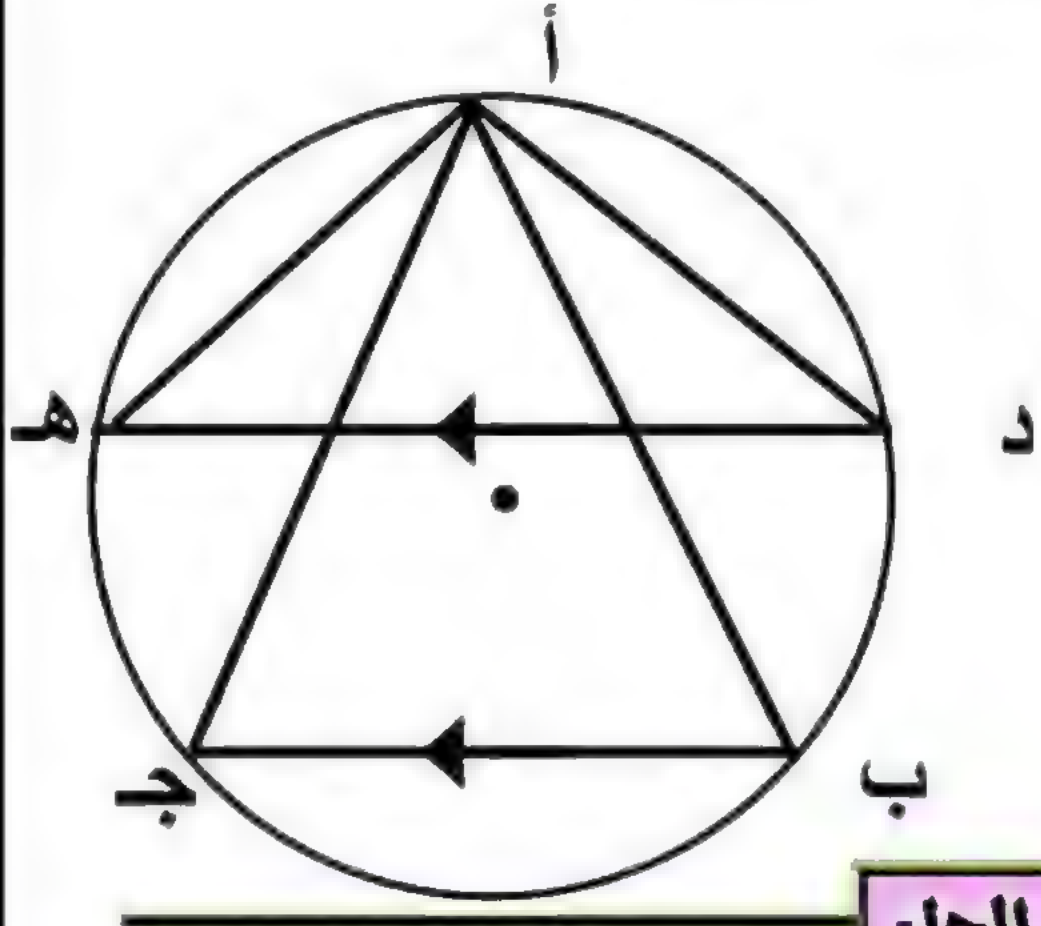
$$\therefore$$
 ق (أ هـ و) الخارجة = ق (ب هـ و) المقابلة للمجاورة  $\leftarrow ٣$

$$\therefore$$
 ق (و أ هـ) المماسية = ق (ب هـ و) المحيطية  $\leftarrow ٤$

من ٣ ، ٤ ينتج أن: ق (أ هـ و) = ق (و أ هـ)

$\therefore$   $\Delta$  أ و هـ متساوي الساقين

## ٢٤) في الشكل المقابل:



أ ب ج مثلث مرسوم

داخل دائرة

د هـ // ب ج

اثبت أن:

$$\text{ق (د أ ج) = ق (ب أ هـ)}$$

الحل

$$\therefore$$
 د هـ // ب ج

$$\therefore$$
 ق (د ب) = ق (هـ ج)

$$\therefore$$
 ق (د أ ب) المحيطية = ق (هـ أ ج) المحيطية

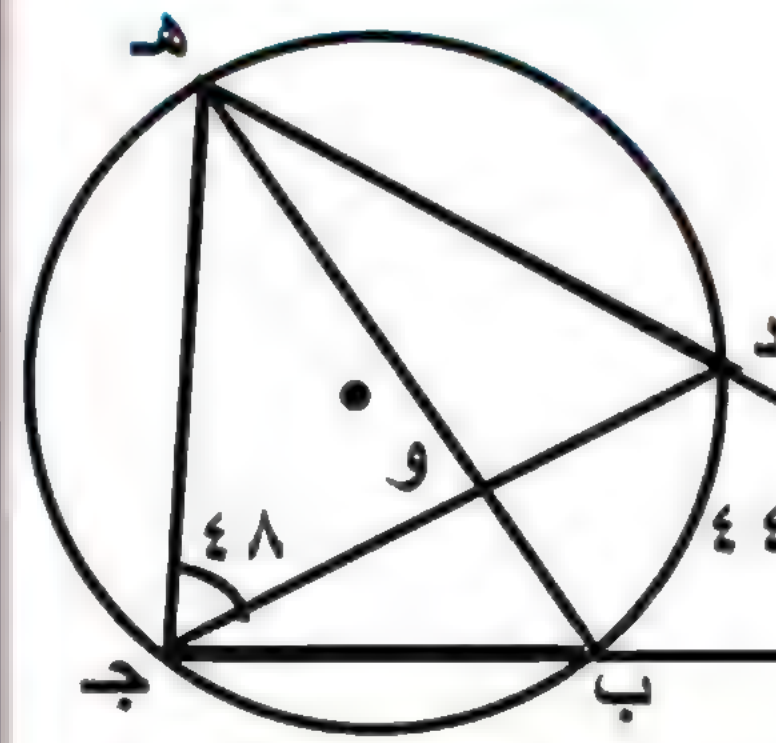
$\therefore$  لأنهما محيطيتان أقواسهما متساويتان

وبإضافة ق (ب أ ج) للطرفين

$$\therefore$$
 ق (د أ ج) = ق (ب أ هـ) هـ ط ث



## ٢٥ في الشكل المقابل:



ق (أ) = 30° ، ق (ب) = 44°  
ق (د) = 48°  
أوجد: (١) ق (هـ ج)  
(٢) ق (ب ج)

الحل

من تمرين مشهور ٢:

$$ق(هـ ج) = 2 ق(أ) + ق(ب)$$

$$ق(هـ ج) = 2 \times 30 + 44 = 104^\circ$$

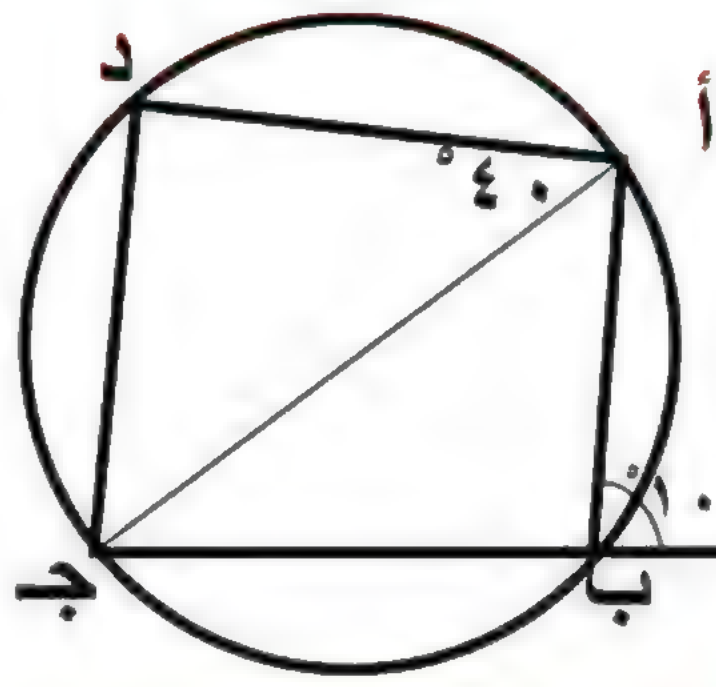
$$ق(د ج هـ) = 48^\circ$$

$$ق(د هـ) = 2 \times 48 = 96^\circ$$

$$قياس الدائرة = 360^\circ$$

$$ق(ب ج) = (96 + 104 + 48) - 360 = 116^\circ$$

## ٢٧ في الشكل المقابل:



ق (أ ب هـ) = 100°  
ق (ج أ د) = 40°  
اثبت أن:  
ق (ج د) = ق (أ د)

الحل

∴ أ ب هـ زاوية خارجة عن الرباعي الدائري أ ب ج د

$$\therefore ق(د) = ق(أ ب هـ) = 100^\circ$$

في Δ أ د ج:

$$ق(أ ج د) = (40 + 100) - 180 = 40^\circ$$

$$\therefore ق(د أ ج) = ق(أ ج د) = 40^\circ$$

$$\therefore أ د = د ج$$

$$\therefore ق(ج د) = ق(أ د)$$

## ٢٦ في الشكل المقابل:



Δ أ ب ج مرسوم خارج الدائرة م  
وتمس أضلاعه أ ب ، أ ج ، ب ج  
في د ، هـ ، و على الترتيب  
أ د = ٥ سم ، ب هـ = ٤ سم ، ج و = ٣ سم  
أوجد محيط Δ أ ب ج

الحل

$$\therefore أ د ، أ و قطعتان مماستان$$

$$\therefore أ د = أ و = ٥ سم$$

$$\therefore ب د ، ب هـ قطعتان مماستان$$

$$\therefore ب د = ب هـ = ٤ سم$$

$$\therefore ج هـ ، ج و قطعتان مماستان$$

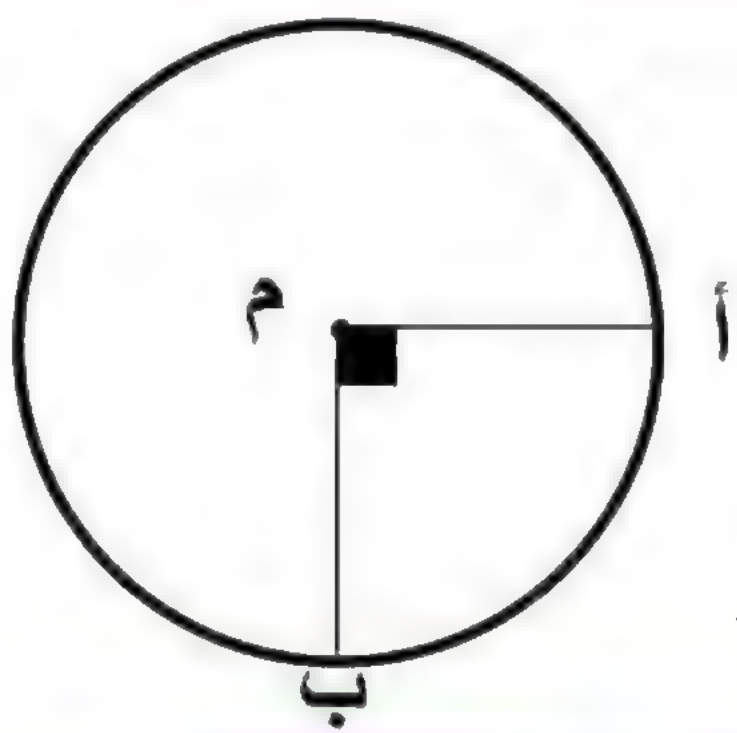
$$\therefore ج هـ = ج و = ٣ سم$$

$$\therefore أ ب = ٥ + ٤ = ٩ سم ، أ ج = ٥ + ٣ = ٨ سم$$

$$ب ج = ٣ + ٤ = ٧ سم$$

$$\therefore محيط \Delta أ ب ج = ٩ + ٨ + ٧ = ٢٤ سم$$

## ٢٨ في الشكل المقابل:



م دائرة ، ق (أ م ب) = 90°  
طول نصف قطرها = ٧ سم

أوجد طول أ ب حيث  $\pi = \frac{22}{7}$ 

الحل

$$\therefore ق(أ ب) = 90^\circ$$

$$طول القوس = \frac{قياس القوس}{360} \times 2\pi \times ر$$

$$= \frac{90}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 7 = 11 سم$$

٢٩ أوجد قياس القوس الذي يمثل  $\frac{1}{3}$  الدائرة.

ثم احسب طول هذا القوس إذا كان طول نصف  
قطر الدائرة ٧ سم.

الحل

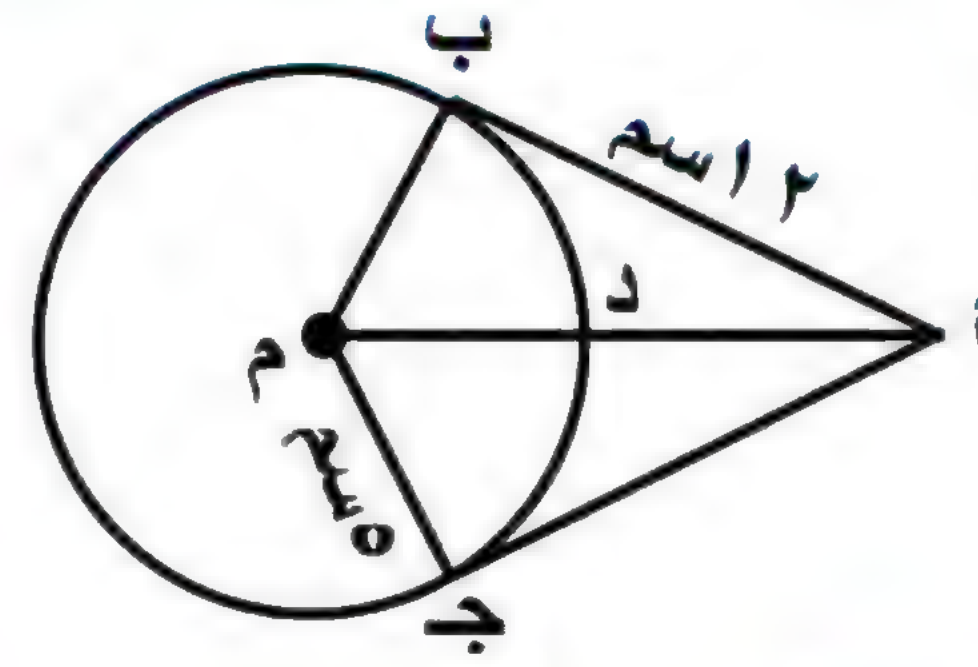
$$قياس القوس الذي يمثل  $\frac{1}{3}$  الدائرة =  $\frac{360}{3} = 120^\circ$$$

$$طول القوس = \frac{قياس القوس}{360} \times 2\pi \times ر$$

$$= \frac{120}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 7 = 14.6 سم$$



## ٣٠ في الشكل المقابل:



أ ج ، أب مماسان  
أب = ١٢ سم  
ج م = ٥ سم  
أوجد طول: أ ج ، أ د

## الحل

∵ أب = أ ج قطعان مماسان

∴ أ ج = ١٢ سم المطلوب الأول

∵ أ ج مماس ، م ج نصف قطر

∴ م ج ⊥ أ ج ∴ Δ أ ج م قائم

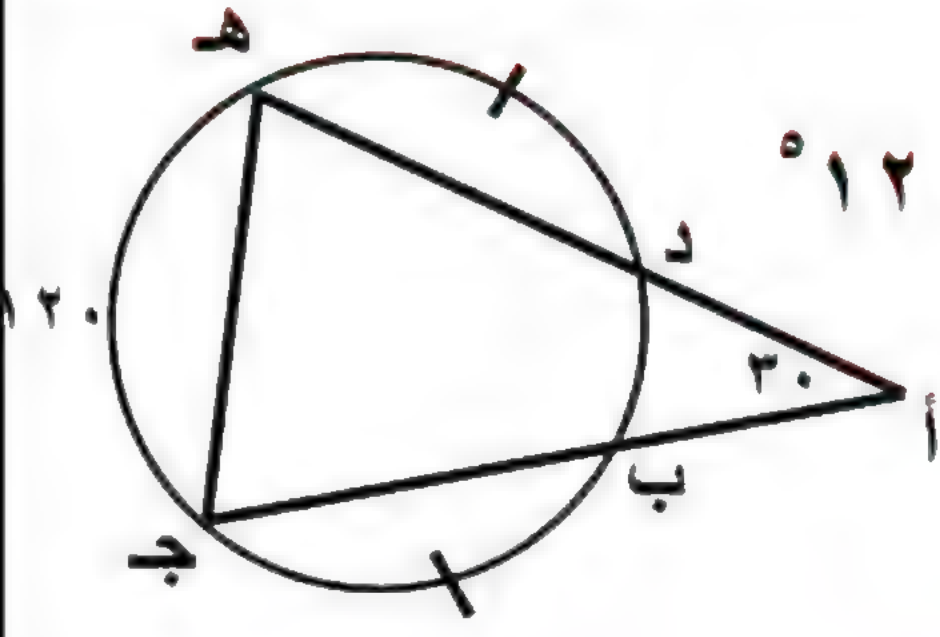
في Δ أ ج م من فيثاغورث:

∴ (أ م)<sup>٢</sup> = ١٢٤ + ٢٥ = ١٦٩ ∴ أ م = ١٣ سم

∴ م د = م ج = ٥ سم (أنصاف أقطار)

∴ أ د = ١٣ - ٥ = ٨ سم المطلوب الثاني

## ٣٢ في الشكل المقابل:



ق (أ) = ٣٠° ، ق (هـ ج) = ١٢٠°  
ق (ب ج) = ق (د هـ)

١- أوجد: ق (ب د) الأصغر

٢- اثبت أن: أب = أ د

## الحل

من تمرين مشهور ٢:

ق (ب د) = ق (هـ ج) - ق (أ) = ١٢٠ - ٦٠ = ٦٠°

∵ ق (د هـ) = ق (ب ج) بإضافة ق (د ب) للطرفين

∴ ق (ب د هـ) = ق (د ب ج)

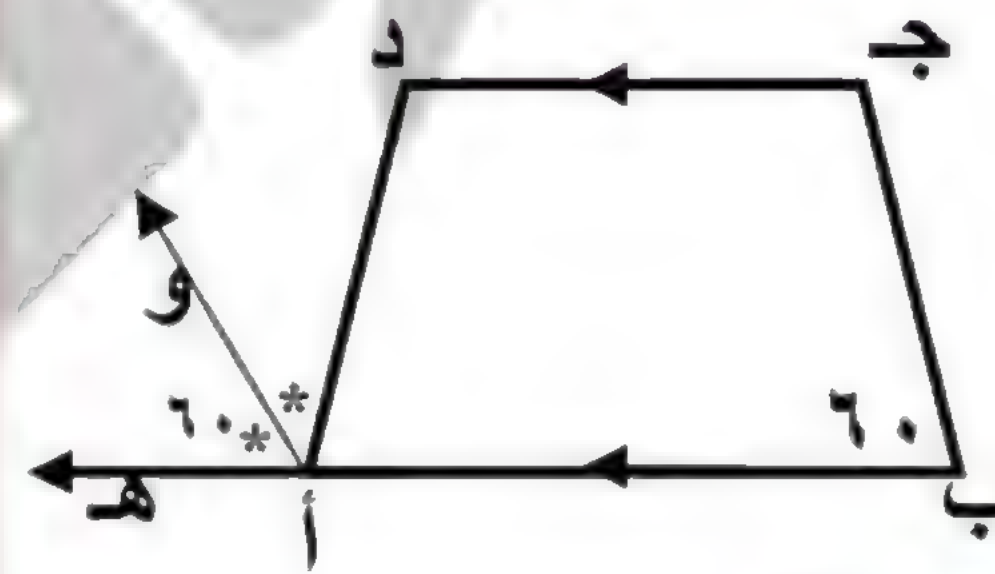
∴ ق (ج د هـ) المحيطية = ق (هـ د هـ) المحيطية

∴ أ ج = أ هـ (١)

∴ ق (ب ج) = ق (د هـ) ∴ ب ج = د هـ (٢)

بطرح ٢ من ١ ينتج أن: أب = أ د

## ٣١ في الشكل المقابل:



ج د // ب هـ  
أو ينصف د أ هـ  
ق (و أ هـ) = ٦٠°  
ق (ب) = ٦٠°

اثبت أن: الشكل أ ب ج د رباعي دائري

## الحل

∴ أ و ينصف د أ هـ

∴ ق (د أ هـ) = ١٢٠ = ٢ × ٦٠ = ١٢٠° (١)

∴ ج د // ب هـ

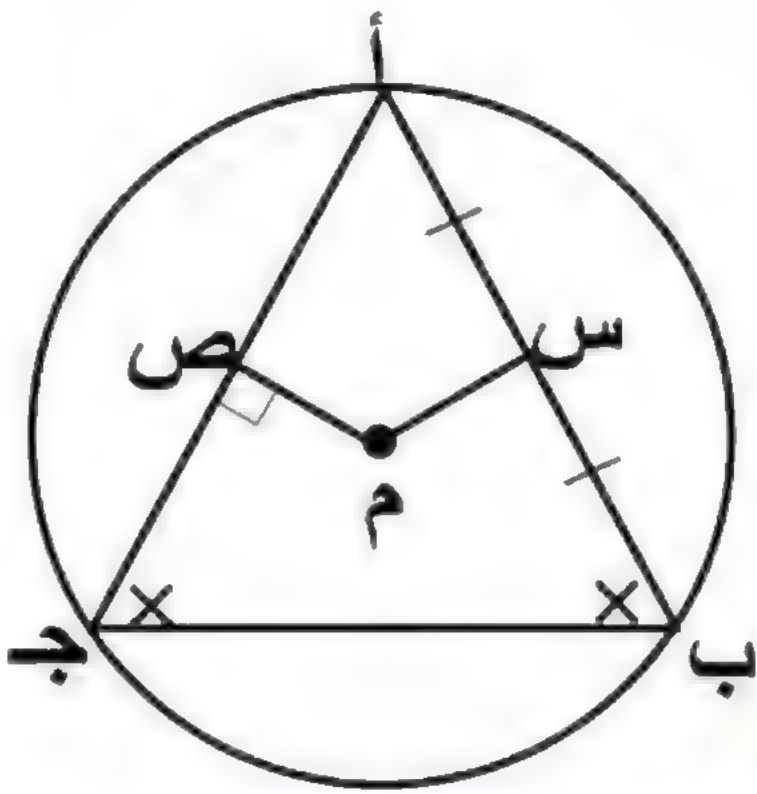
∴ ق (ج د هـ) = ١٨٠ - ٦٠ = ١٢٠ بالتداخل (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن:

ق (د أ هـ) الخارجة = ق (ج د هـ) المقابلة للمجاورة

∴ الشكل أ ب ج د رباعي دائري

## ٣٢ في الشكل المقابل:



أ ب ج Δ مرسوم داخل دائرة م  
ق (ب) = ق (ج)  
س منتصف أ ب ، م ص ⊥ أ ج  
اثبت أن: م س = م ص

## الحل

∴ س منتصف أ ب

∴ م س ⊥ أ ب

في Δ أ ب ج:

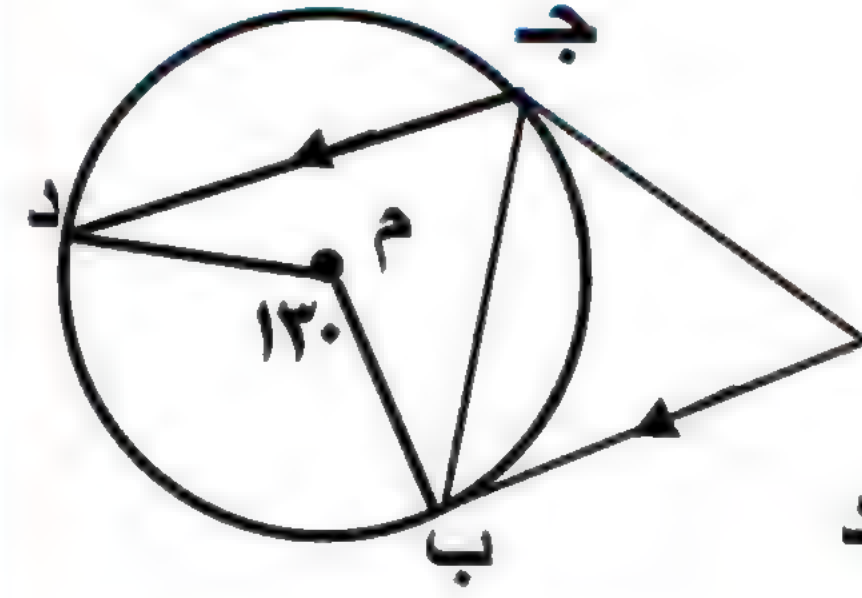
∴ ق (ب) = ق (ج)

∴ أ ب = أ ج أوتار متساوية

∴ م س = م ص (أبعاد متساوية)



## ٣٤ في الشكل المقابل:



أ ب ، أ ج قطعتان مماستان  
أ ب // ج د ،

ق (ب م د) = 130°

١- اثبت أن : ج ب ينصف أ ج د

٢- أوجد ق (أ)

الحل

∴ ق (ب ج د) المحيطية =  $\frac{1}{2}$  ق (م) المركزية

∴ ق (ب ج د) = 65°

∴ أ ب // ج د

∴ ق (أ ب ج) = ق (ب ج د) = 65° بالتبادل (١)

∴ أ ب = ب ج (قطعتان مماستان)

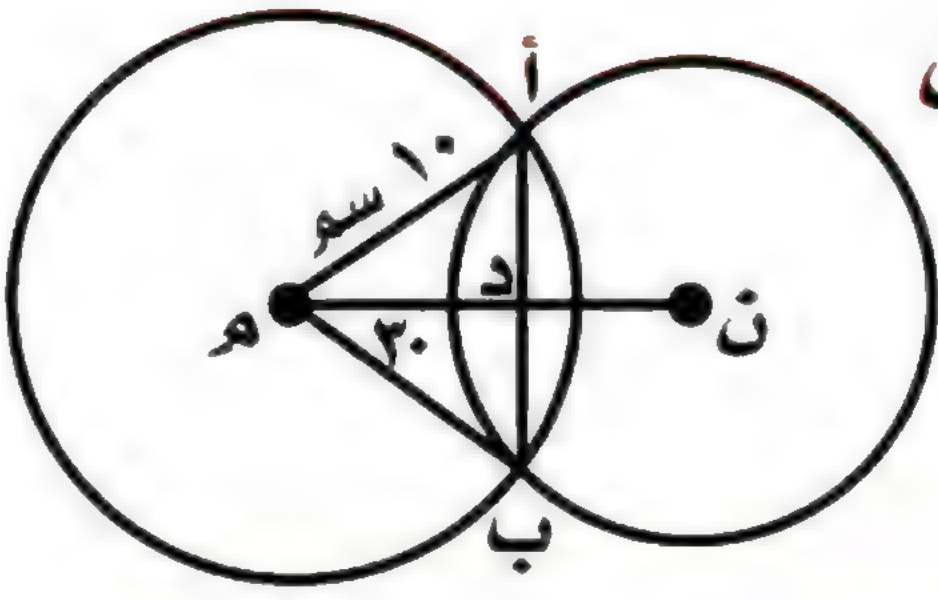
∴ ق (أ ب ج) = ق (أ ج ب) = 65° (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن : ق (ب ج د) = ق (أ ج ب)

∴ ج ب ينصف أ ج د المطلوب الأول

ق (أ) = 180° - (65° + 65°) = 50°

## ٣٦ في الشكل المقابل:



م ، ن دائرتان متقاطعتان

م أ = 10 سم

ق (ب م ن) = 30°

أوجد طول أ ب

الحل

∴ م أ = م ب أنصاف أقطار

∴ م ب = 10 سم

∴ م ن خط مركزي ، أ ب وتر مشترك

∴ أ ب ⊥ م ن ∴ Δ م د ب قائم في د

في Δ م د ب :

د ب =  $\frac{1}{2}$  م ب = 5 سم (ضلع مقابل للزاوية 30°)

∴ خط المركزين م ن ينصف الوتر المشترك أ ب

∴ أ ب = 2 × 5 = 10 سم

## ٣٥ في الشكل المقابل:



دائرتان متماستان من الداخل في ب

أ ب مماس مشترك للدائرتين

أ ج مماس للصغرى ، أ د مماس للكبرى

أ ج = 15 سم ، أ ب = (3 - 2) سم

أ د = (2 - 3) سم أوجد قيمة س ، ص

الحل

∴ أ ب = أ ج قطعتان مماستان للدائرة الصغرى

∴ أ ب = 15

∴ 15 = 3 - 2 س ∴ 18 = 2 س

∴ س = 9

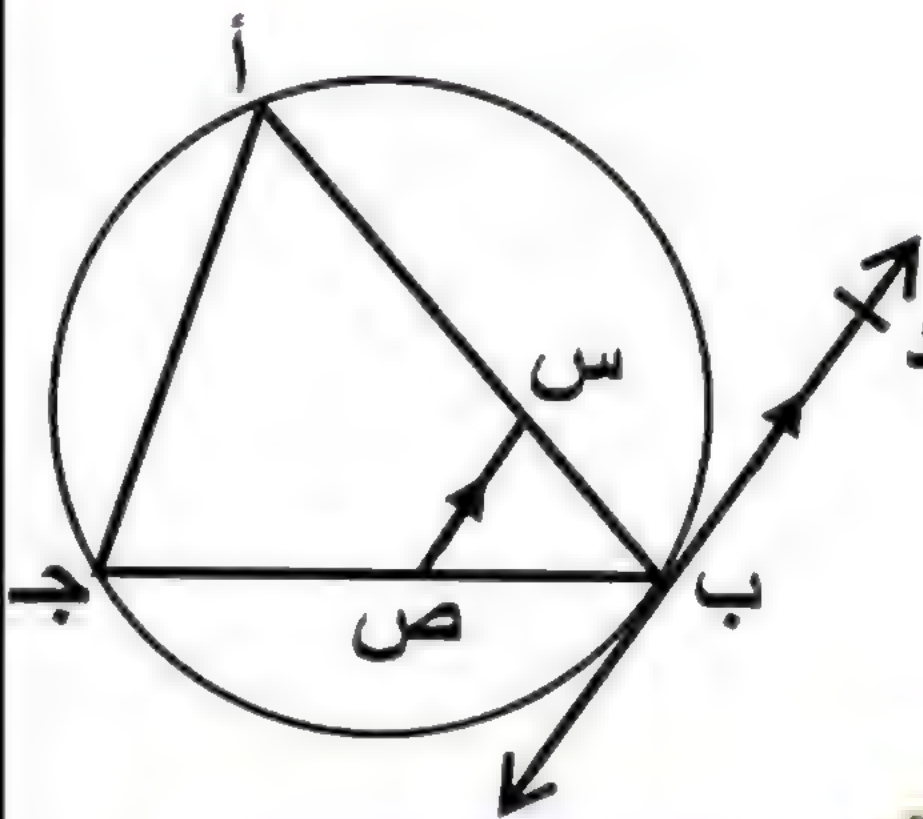
∴ أ ب = أ د قطعتان مماستان للدائرة الكبرى

∴ 15 = 2 - ص

∴ أ د = 15

∴ ص = 17

## ٣٧ في الشكل المقابل:



أ ب ج Δ مرسوم داخل دائرة

س ص // ب د

اثبت أن :

أ س ص ج رباعي دائري

الحل

∴ س ص // ب د

∴ ق (أ ب د) = ق (ص س ب) بالتبادل (١)

∴ ق (أ ب د) المماسية = ق (ج د) المحيطية (١)

من ١ ، ٢ ينتج أن :

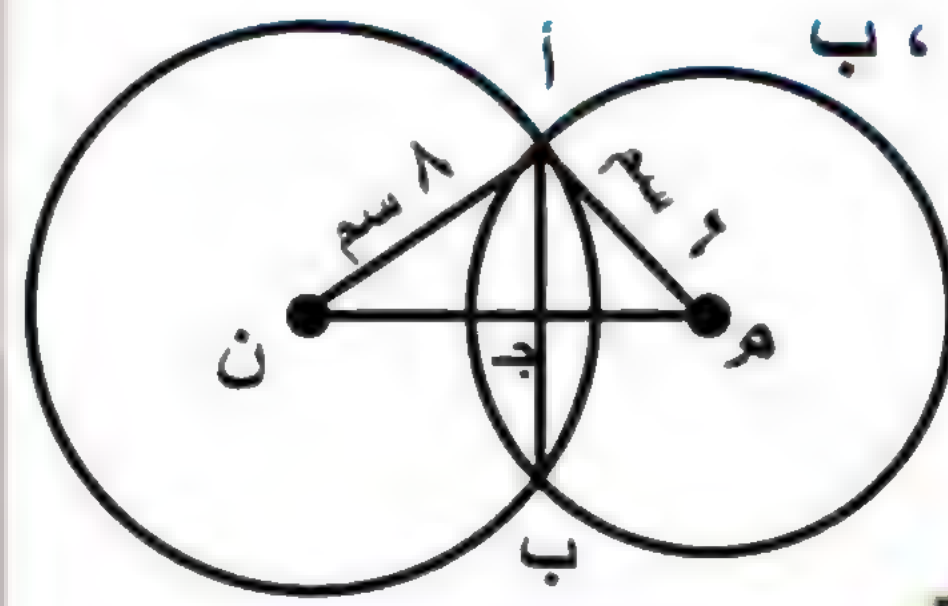
ق (ص س ب) = ق (ج د)

أي أن : قياس الزاوية الخارجة = قياس المقابلة للمجاورة

∴ الشكل أ س ص ج رباعي دائري



## ٣٨ في الشكل المقابل:



م، ن دائرتان متقاطعتان في أ، ب  
 م أ = ٨ سم، ن أ = ٦ سم  
 م أ ⊥ ن أ

أوجد طول أ ب

الحل

في Δ أ م ن (من فيثاغورث):

$$١٠٠ = ٨^2 + ٦^2 = (م ن)^2 \therefore م ن = ١٠$$

$$\therefore م ن = ١٠ سم$$

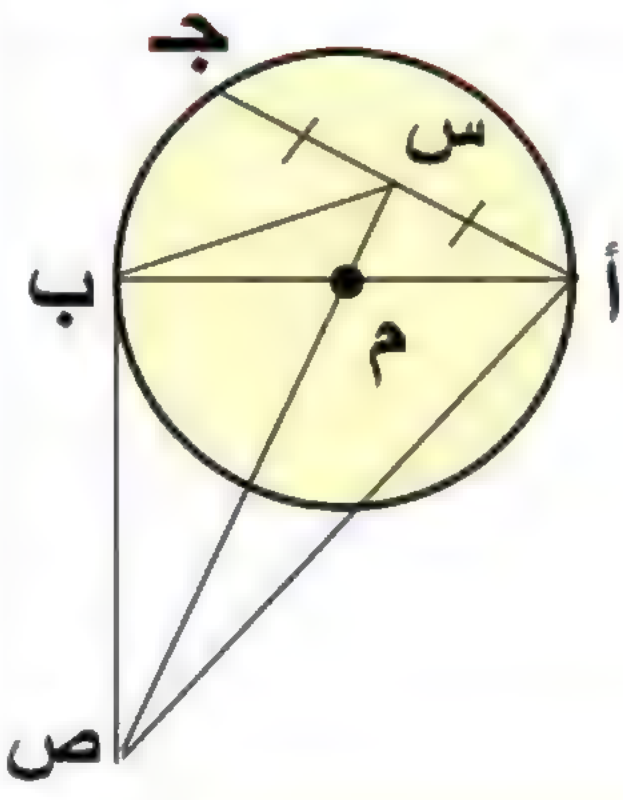
أ ب وتر مشترك  $\therefore م ن \perp أ ب$

$$\text{من إقليدس: } أ ج = \frac{م أ \times ن أ}{م ن} = \frac{٨ \times ٦}{١٠} = ٤,٨ سم$$

أ ب وتر مشترك  $\therefore م ن$  ينصف أ ب

$$\therefore أ ب = ٤,٨ \times ٢ = ٩,٦ سم$$

## ٤٠ في الشكل المقابل:



أ ب قطر في الدائرة م  
 س منتصف أ ج، ب ص مماس  
 أثبت أن:  
 الشكل أ س ب ص رباعي دائري

الحل

$$\therefore س منتصف أ ج \therefore م س \perp أ ج$$

$$\therefore ق (أ س م) = ٩٠^\circ \leftarrow (١)$$

$\therefore ب ص$  مماس، أ ب قطر  $\therefore أ ب \perp ب ص$

$$\therefore ق (م ب ص) = ٩٠^\circ \leftarrow (٢)$$

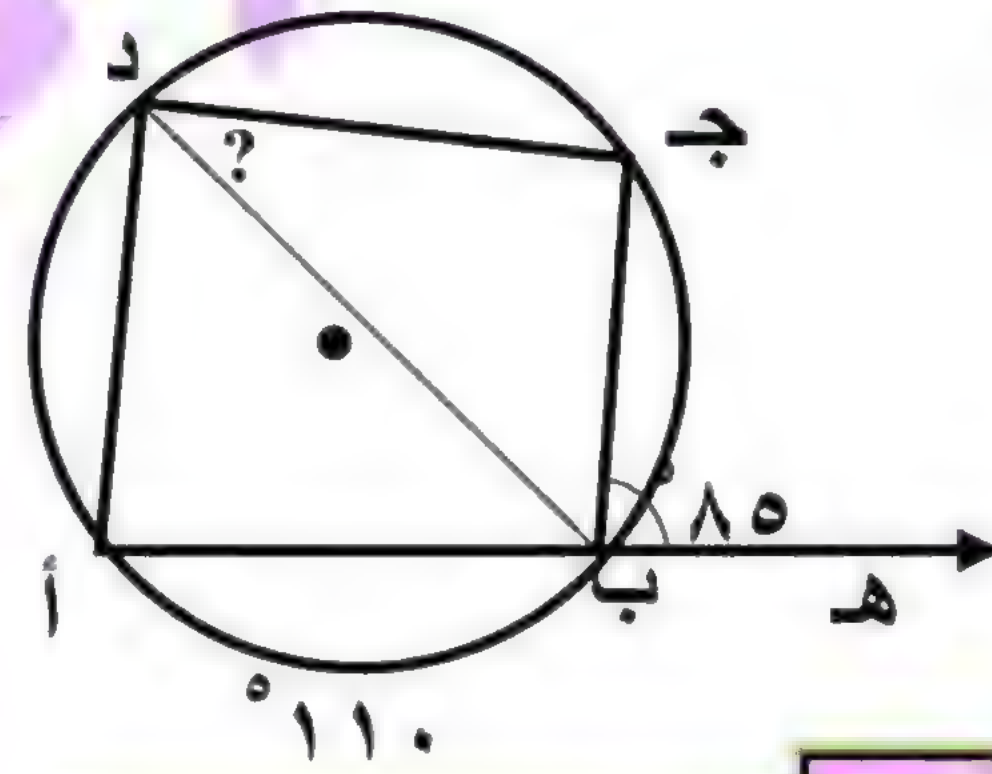
من ١، ٢ ينتج أن:

$$ق (أ س ص) = ق (أ ب ص)$$

وهما مرسومتان على قاعدة واحدة وهي أ ص وفي جهة واحدة منها

$\therefore أ س ب ص$  رباعي دائري

## ٣٩ في الشكل المقابل:



ه  $\supset$  أ ب

$$ق (أ ب) = ١١٠^\circ$$

$$ق (ج ب ه) = ٨٥^\circ$$

أوجد ق (ب د ج)

الحل

$$\therefore ق (أ ب) = ١١٠^\circ$$

$$\therefore ق (ب د أ) المحيطية = \frac{١}{٢} ق (أ ب) = \frac{١١٠}{٢} = ٥٥^\circ$$

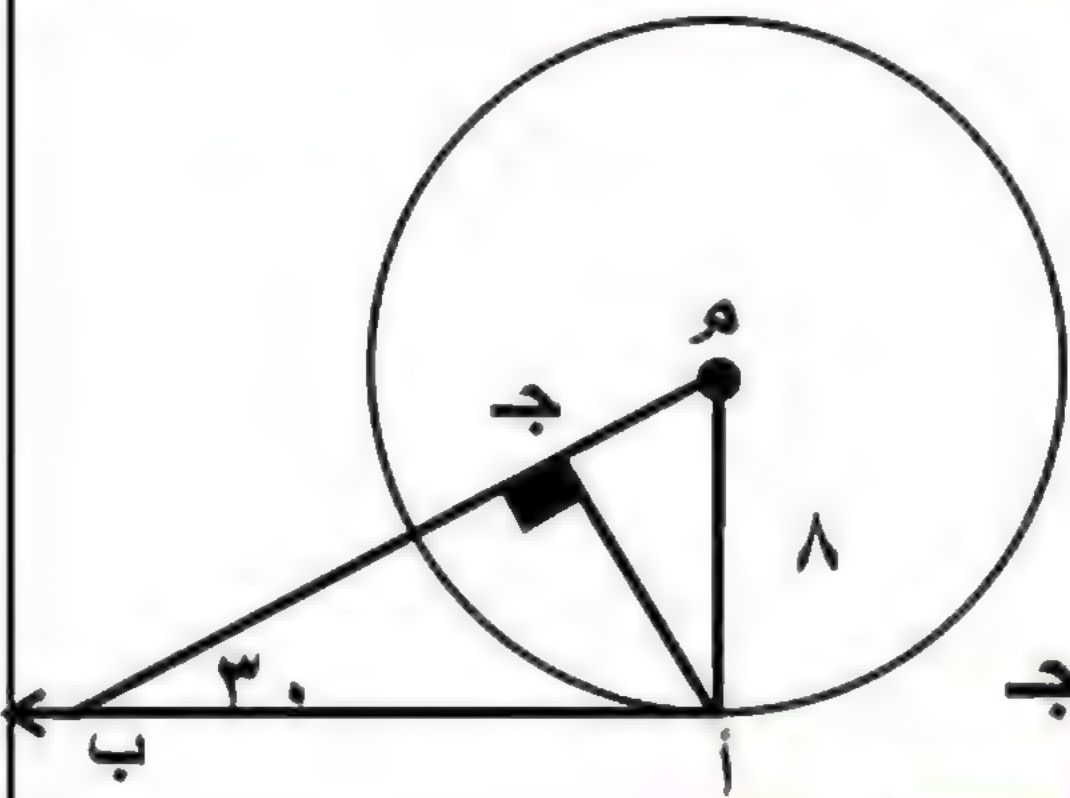
$\therefore ج ب ه$  خارجة عن الرباعي الدائري أ ب ج د

$$\therefore ق (ج د أ) = ق (ج ب ه) = ٨٥^\circ$$

$$\therefore ق (ب د ج) = ق (ج د أ) - ق (ب د أ)$$

$$= ٨٥ - ٥٥ = ٣٠^\circ$$

## ٤١ في الشكل المقابل:



أ ب مماس للدائرة عند أ

$$م أ = ٨ سم$$

$$ق (ب) = ٣٠^\circ$$

أوجد طول كل من أ ب، أ ج

الحل

$\therefore أ ب$  مماس  $\therefore م أ \perp أ ب \therefore \Delta م أ ب$  قائم

$$\therefore ق (م ب أ) = ٣٠^\circ \therefore م ب = ٨ \times ٢ = ١٦ سم$$

من فيثاغورث: في Δ م أ ب

$$(أ ب)^2 = ٦٤ - ٢٥٦ = ١٩٢$$

$$\therefore أ ب = \sqrt{١٩٢} = ٨\sqrt{٣} سم$$

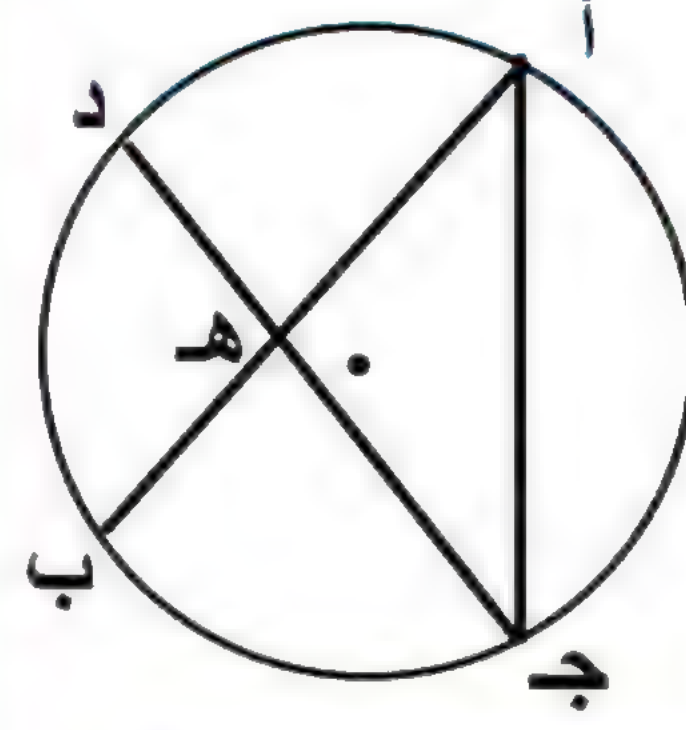
في Δ أ ب ج:

$\therefore أ ج$  هو الضلع المقابل للزاوية  $٣٠^\circ$

$$\therefore أ ج = \frac{١}{٢} الوتر أ ب \therefore أ ج = \frac{١}{٢} \times ٨\sqrt{٣} = ٤\sqrt{٣} سم$$



## ٤٢ في الشكل المقابل:



أب ، جـ د وتران متساويان  
في الطول  
اثبت أن :  
 $\Delta$  أ جـ هـ متساوي الساقين

الحل

$$\therefore \text{أب} = \text{جـ د}$$

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{أب}}) = \text{ق}(\widehat{\text{جـ د}})$$

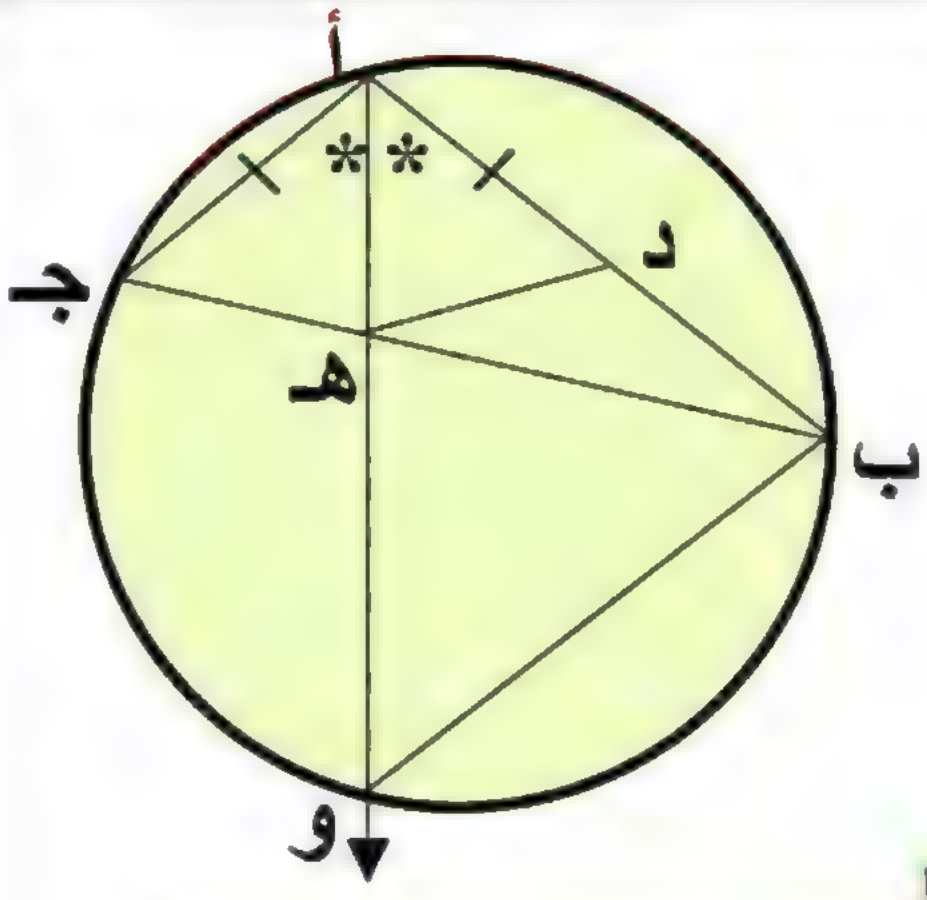
بطرح ق (د ب) من الطرفين

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{أ د}}) = \text{ق}(\widehat{\text{ب جـ}})$$

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{جـ}}) = \text{ق}(\widehat{\text{أ}})$$

$\therefore \Delta$  أ جـ هـ متساوي الساقين

## ٤٤ في الشكل المقابل:



أد = أجـ ،  
أو ينصف ب أجـ  
اثبت أن :  
د ب هـ و رباعي دائري

الحل

$$\Delta \text{أ د هـ} ، \Delta \text{أ جـ هـ} \text{ فيهما:}$$

$$\bullet \text{ق}(\widehat{\text{د أ هـ}}) = \text{ق}(\widehat{\text{جـ أ هـ}})$$

$$\bullet \text{أد} = \text{أجـ}$$

$$\bullet \text{أ هـ ضلع مشترك}$$

$$\therefore \Delta \text{أ د هـ} \equiv \Delta \text{أ جـ هـ}$$

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{أ جـ هـ}}) = \text{ق}(\widehat{\text{أ د هـ}}) \quad \leftarrow (١)$$

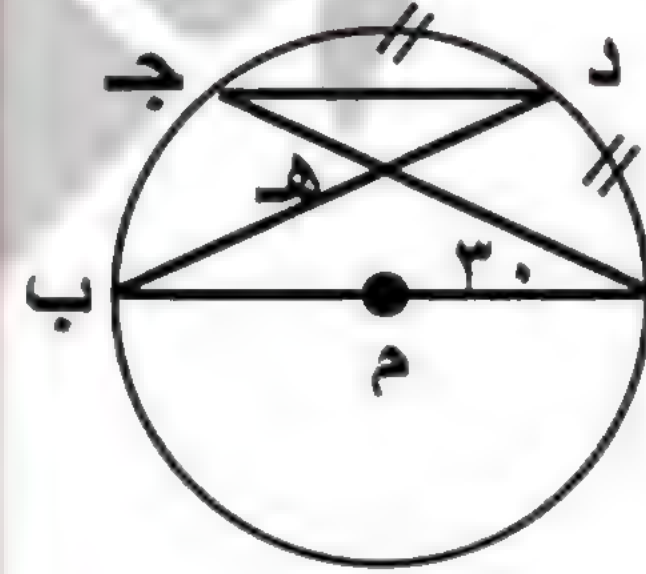
$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{أ جـ هـ}}) = \text{ق}(\widehat{\text{أ و ب}}) \quad \leftarrow (٢)$$

(لأنهما محيطيتان مشتركتان في القوس أ ب)

من ١ ، ٢ ينتج أن :  $\text{ق}(\widehat{\text{أ د هـ}}) = \text{ق}(\widehat{\text{أ و ب}})$

$\therefore$  الشكل د ب و هـ رباعي دائري

## ٤٣ في الشكل المقابل:



أ ب قطر في الدائرة م  
ق (جـ أ ب) =  $30^\circ$  ، د منتصف أجـ  
١- أوجد ق (ب د جـ) ، ق (أ د)  
٢- اثبت أن : أب // جـ د

الحل

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{ب د جـ}}) = \text{ق}(\widehat{\text{جـ أ ب}})$$

محيطيتان مشتركتان في جـ ب

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{ب د جـ}}) = 30^\circ \quad \text{أولاً}$$

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{جـ ب}}) = 30^\circ \times 2 = 60^\circ$$

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{أ د جـ}}) + \text{ق}(\widehat{\text{جـ ب}}) = 180^\circ$$

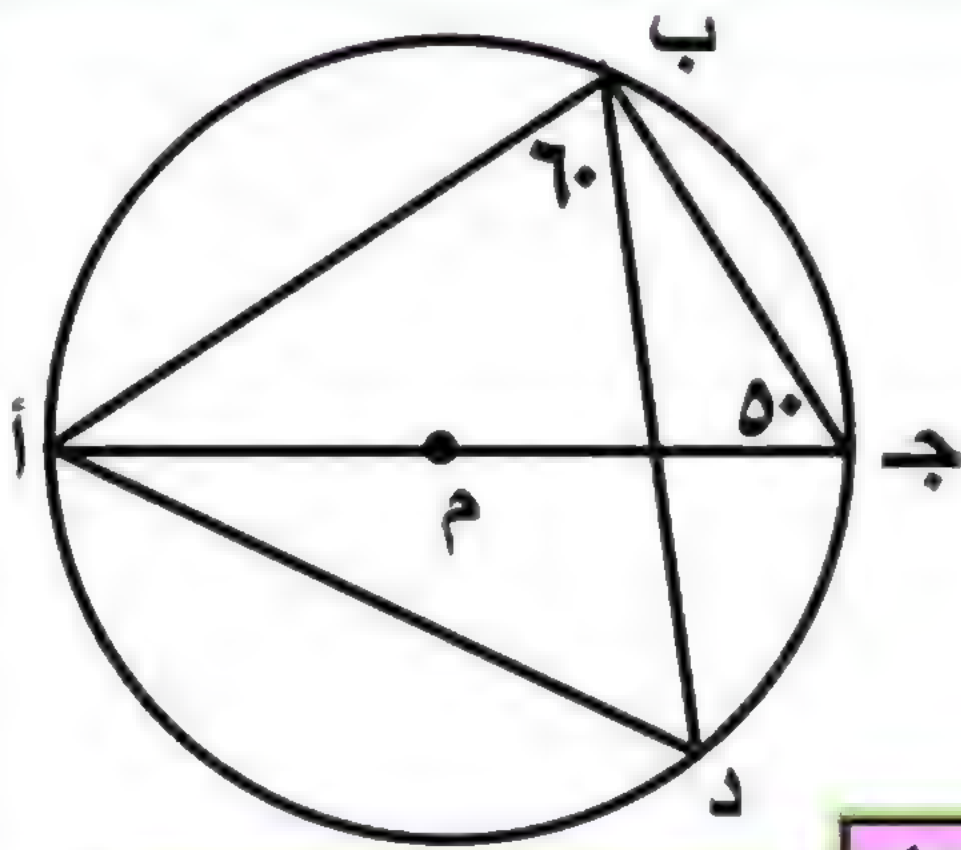
$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{أ د جـ}}) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{أ د}}) = \text{ق}(\widehat{\text{د جـ}}) \quad \therefore \text{ق}(\widehat{\text{أ د}}) = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{د ب أ}}) \text{ المحيطية} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{ب د جـ}}) = \text{ق}(\widehat{\text{د ب أ}}) \quad \therefore \text{أب} // \text{جـ د}$$

## ٤٥ في الشكل المقابل:



الحل

أ جـ قطر في الدائرة م

$$\text{ق}(\widehat{\text{جـ}}) = 50^\circ$$

$$\text{ق}(\widehat{\text{أ ب د}}) = 60^\circ$$

أوجد: (١) ق (جـ ب د)

(٢) ق (ب أ د)

$\therefore$  أ جـ قطر ، جـ ب أ محيطية مرسومة في نصف دائرة

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{جـ ب أ}}) = 90^\circ$$

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{جـ ب د}}) = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{ب جـ أ}}) = \text{ق}(\widehat{\text{ب د أ}})$$

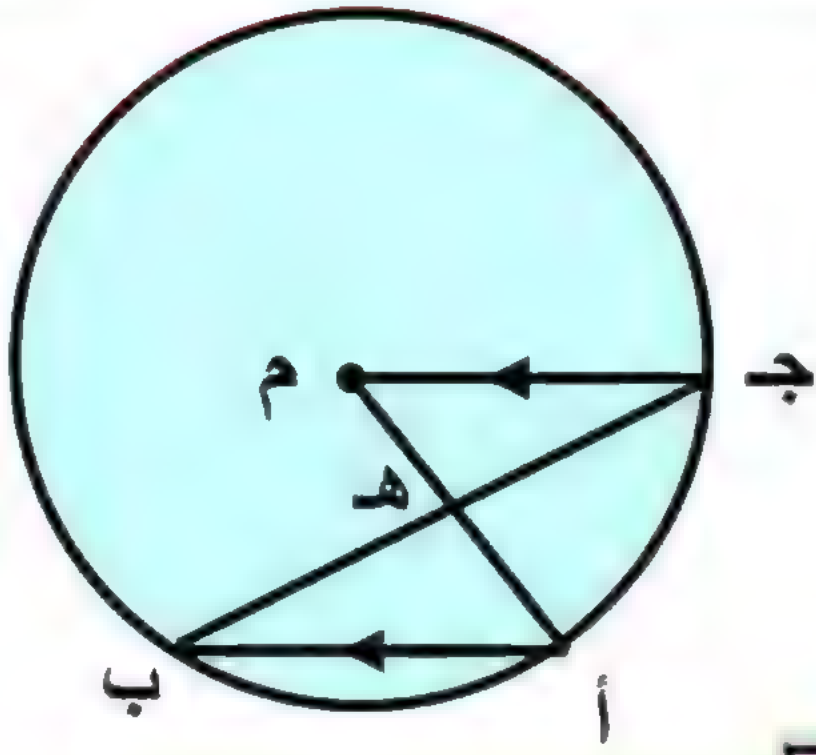
محيطيتان مشتركتان في ب أ

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{ب د أ}}) = 50^\circ$$

في  $\Delta$  ب د أ

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{ب أ د}}) = 180^\circ - (50^\circ + 60^\circ) = 70^\circ$$





٤٩ في الشكل المقابل:

أ ب وتر في الدائرة م

ج م // أ ب

اثبت أن : ب ه &lt; أ ه

الحل

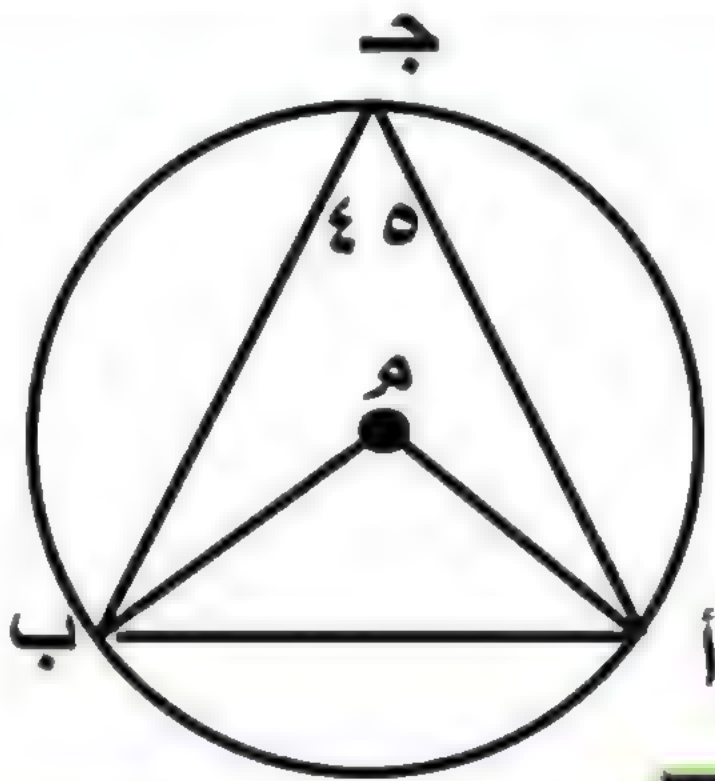
∴ ق (م) = ٢ ق (ب)

مركزية ومحيطية مشتركتان في أ ج

∴ ج م // أ ب ∴ ق (م) = ق (أ) بالتبادل

في Δ أ ه ب : ∴ ق (أ) = ٢ ق (ب)

∴ ق (أ) &lt; ق (ب) ∴ ب ه &lt; أ ه



٥٠ في الشكل المقابل:

ق (ج) = ٤٥°

أوجد ق (م أ ب)

الحل

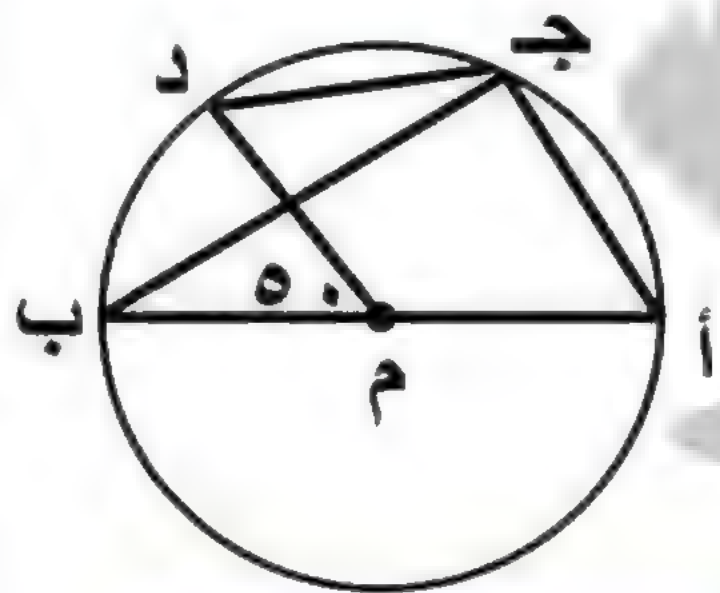
∴ ق (أ م ب) المركزية = ٢ ق (ج) المحيطية

لأنهما مشتركتان في القوس أ ب

∴ ق (أ م ب) = ٩٠°

في Δ م أ ب : ∴ م أ = م ب = م ق

∴ ق (م أ ب) = ق (م ب أ) = ٩٠ - ١٨٠ / ٢ = ٤٥°



٥١ في الشكل المقابل:

أ ب قطر في الدائرة م

ق (د م ب) = ٥٠°

أوجد ق (أ ج د)

الحل

∴ أ ب قطر ، أ ج ب محيطية مرسومة في نصف دائرة

∴ ق (أ ج ب) = ٩٠° ← ١

∴ ق (د ج ب) المحيطية = ١ / ٢ ق (د م ب) المركزية

∴ ق (د ج ب) = ٢٥° ← ٢

بجمع ١، ٢ ينتج أن: ق (أ ج د) = ٩٠ + ٢٥ = ١١٥°

٤٦ أ ب ، أ ج وتران متساويان في الطول في الدائرة م

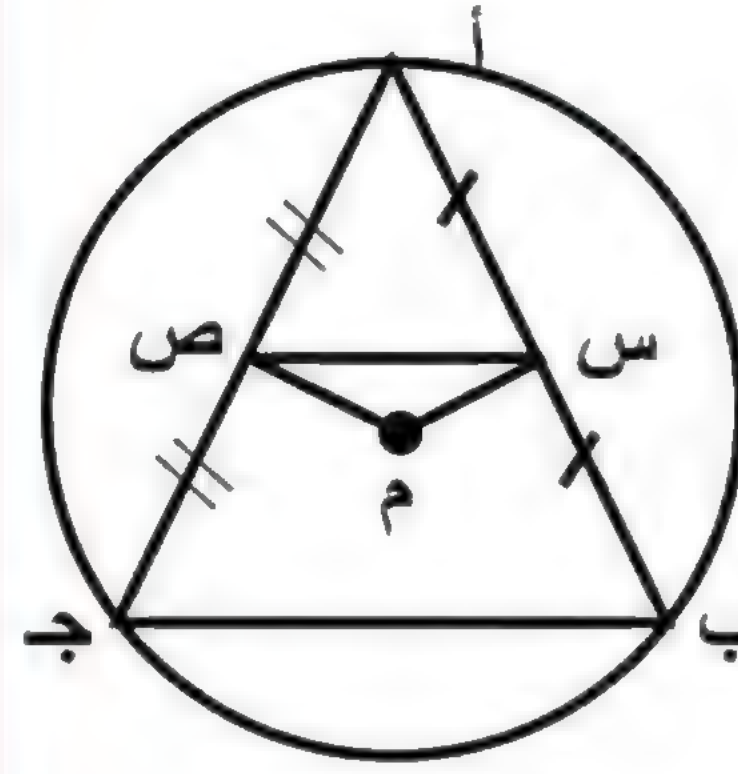
س ، ص منتصفا أ ب ، أ ج على الترتيب

ق (م س ص) = ٣٠°

اثبت أن : ١ - م س ص متساوي الساقين

٢ - أ س ص متساوي الأضلاع

الحل



∴ س منتصف أ ب ∴ م س ⊥ أ ب

∴ ص منتصف أ ج ∴ م ص ⊥ أ ج

∴ أ ب = أ ج (أوتار متساوية)

∴ م س = م ص (أبعاد متساوية)

∴ Δ م س ص متساوي الساقين

∴ ق (م س ص) = ٣٠° ، ق (م س أ) = ٩٠°

∴ ق (أ س ص) = ٩٠ - ٣٠ = ٦٠°

ق (أ ص س) = ٦٠° ∴ ق (أ) = ٦٠°

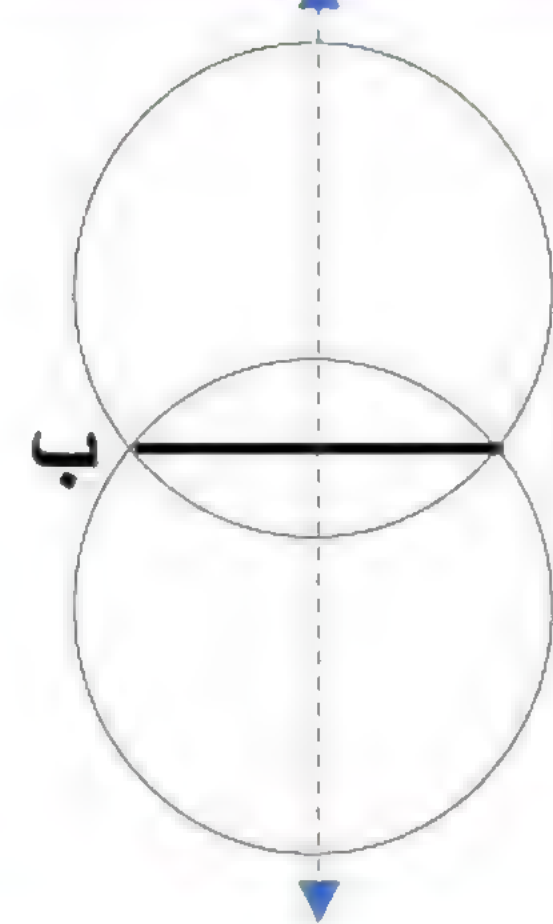
∴ Δ أ س ص متساوي الأضلاع

٤٧ باستخدام الأدوات الهندسية ارسم أ ب = ٦ سم

ثم ارسم دائرة قطرها ١٠ سم تمر بالنقطتين أ ، ب

وكم دائرة يمكن رسمها

الحل



نق = ٥ سم

١ / ٢ أ ب = ٣ سم

∴ نق &lt; ١ / ٢ أ ب

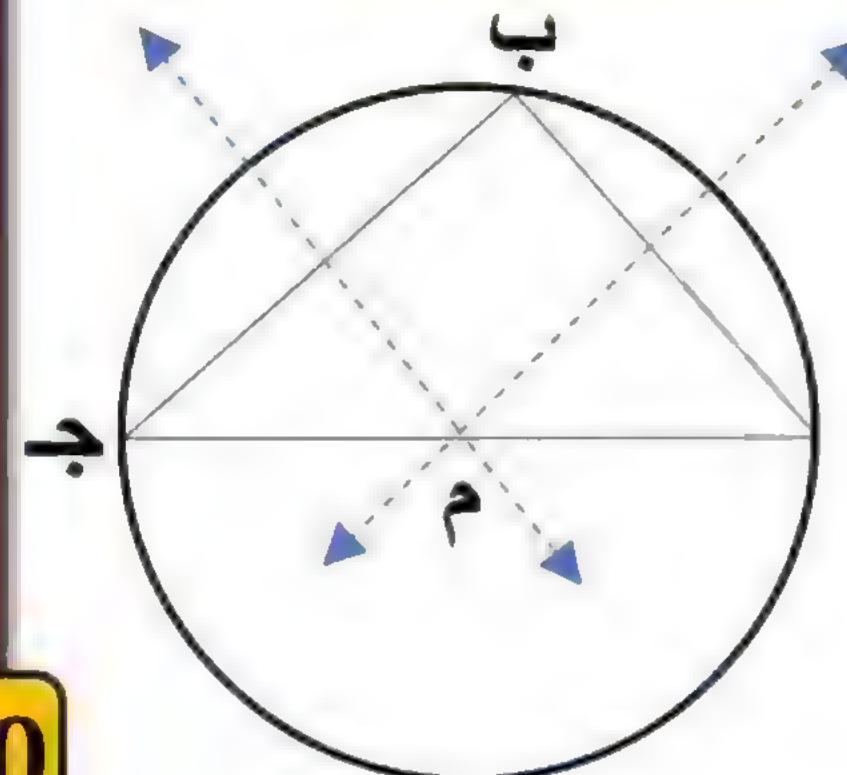
∴ عدد الحلول دائرتان

٤٨ باستخدام الأدوات ارسم المثلث أ ب ج القائم حيث

أ ب = ٣ سم ، ب ج = ٤ سم ثم ارسم دائرة تمر

برؤوس المثلث ثم أوجد طول نصف قطرها

الحل



من فيثاغورث

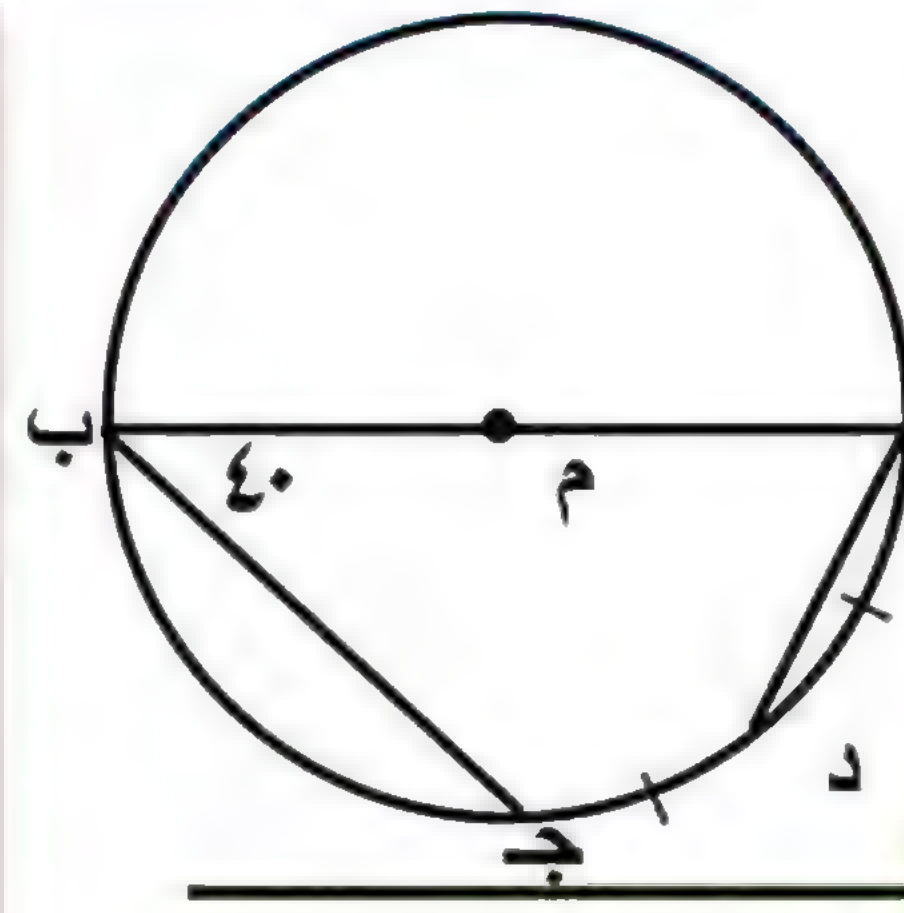
أ ج = ٥ سم

∴ المركز م ينصف وتر المثلث

∴ نق = ٢,٥ سم



## ٥٢ في الشكل المقابل:



الحل

$$\therefore \text{ق (أ د ج)} = 2 \text{ ق (ب) المحيطية}$$

$$\therefore \text{ق (أ د ج)} = 2 \times 40 = 80$$

$$\therefore \text{ق (أ د)} = \text{ق (د ج)} = 2 \div 80 = 40$$

$$\therefore \text{أ ب قطر} \therefore \text{ق (أ ج ب)} = 180$$

$$\therefore \text{ق (ب ج)} = 180 - 80 = 100$$

$$\therefore \text{ق (د ج ب)} = 100 + 40 = 140$$

$$\therefore \text{ق (د أ ب) المحيطية} = \frac{1}{2} \text{ ق (د ج ب)} = 70$$

## ٥٣ في الشكل المقابل:



الحل

$$\therefore \text{ق (ب)} = \text{ق (أ)} \therefore \text{أ ب} = \text{أ هـ}$$

في الدائرة الكبرى:

$$\therefore \text{أ ب} = \text{أ هـ} \text{ أوتار متساوية ، م س} = \text{م ص} \therefore \text{أ ب} \perp \text{م ص} \perp \text{أ هـ}$$

$$\therefore \text{م س} = \text{م ص} \text{ أبعاد متساوية}$$

في الدائرة الصغرى:

$$\therefore \text{م س} = \text{م ص} \text{ أبعاد متساوية}$$

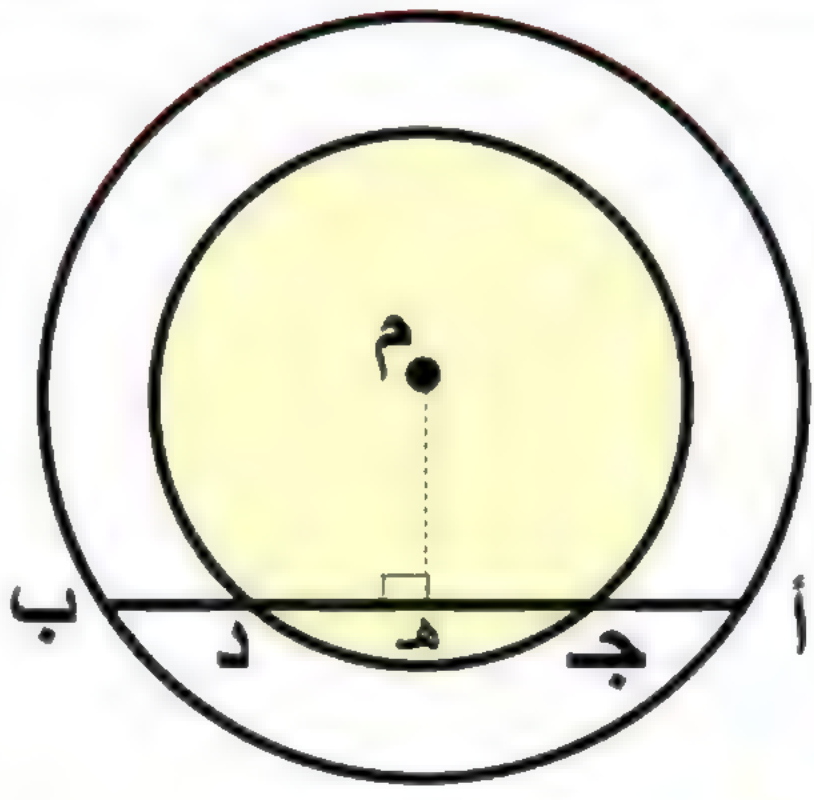
$$\therefore \text{ج د} = \text{ع ل} \text{ أوتار متساوية}$$

## ٥٤ اذكر ثلاث حالات يكون فيها الشكل الرباعي دائرياً

الحل

- (١) إذا وجد زاويتان متقابلتان متكاملتان
- (٢) إذا وجد زاوية خارجية قياسها = المقابلة للمجاورة
- (٣) إذا وجد زاويتان مرسومتان على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة منها ومتساويتان

## ٥٥ في الشكل المقابل:



الحل

العمل : نرسم م هـ  $\perp$  أ ب

في الدائرة الكبرى:

$$\therefore \text{م هـ} \perp \text{أ ب} \therefore \text{هـ منتصف أ ب}$$

$$\therefore \text{أ هـ} = \text{هـ ب} \leftarrow 1$$

في الدائرة الصغرى:

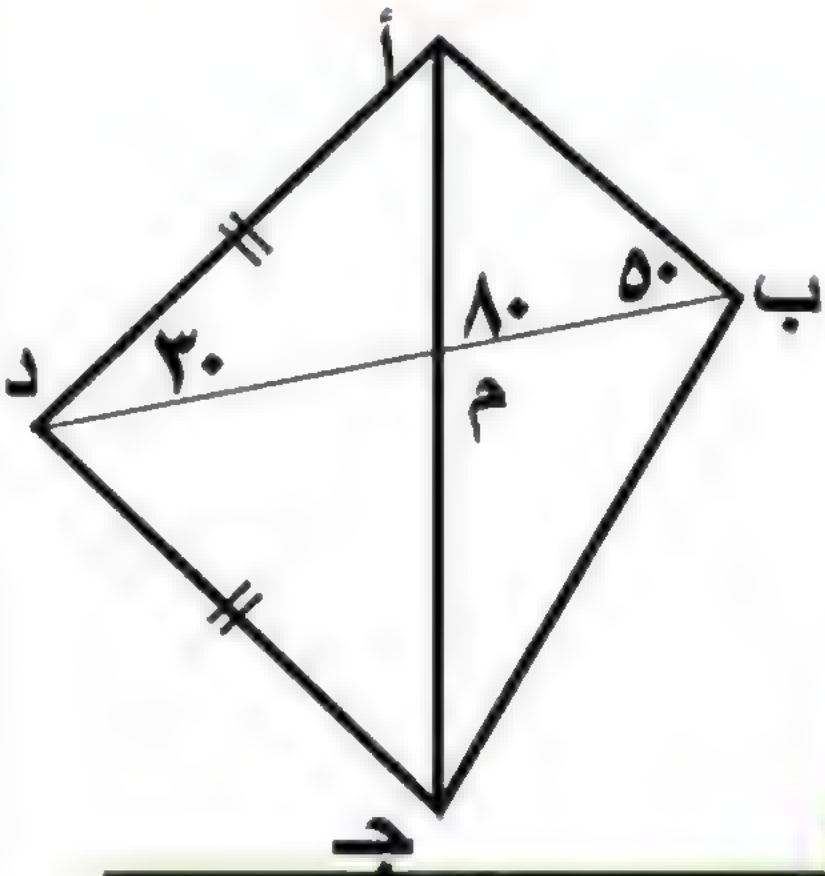
$$\therefore \text{م هـ} \perp \text{ج د} \therefore \text{هـ منتصف ج د}$$

$$\therefore \text{ج هـ} = \text{هـ د} \leftarrow 2$$

ب طرح ١ ، ٢ ينتج أن:

$$\text{أ ج} = \text{د ب}$$

## ٥٦ في الشكل المقابل:



الحل

$$\therefore \text{ق (ب م د)} = 180 \text{ زاوية مستقيمة}$$

$$\therefore \text{ق (أ م د)} = 180 - 80 = 100$$

في  $\triangle$  أ م د:

$$\text{ق (م أ د)} = 180 - (30 + 100) = 50$$

$$\therefore \text{أ د} = \text{د ج}$$

$$\therefore \text{ق (د ج أ)} = \text{ق (د أ ج)} = 50$$

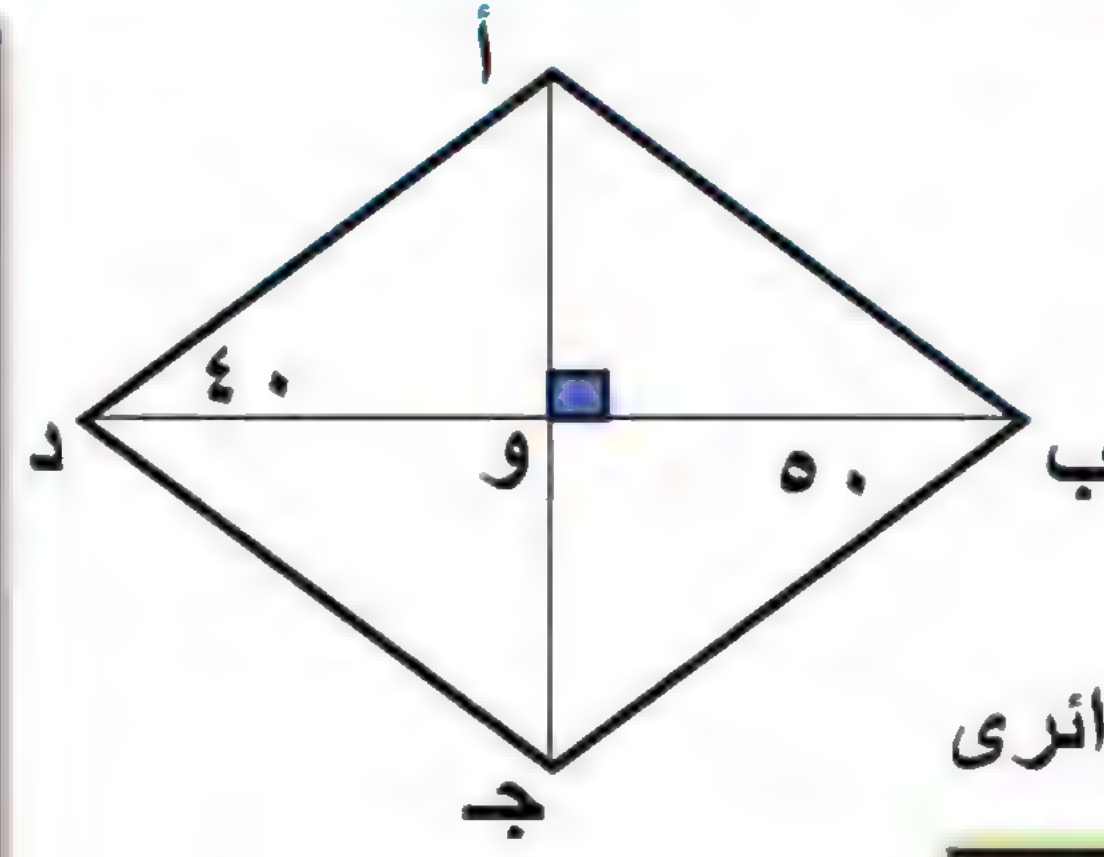
$$\therefore \text{ق (د ج أ)} = \text{ق (د ب أ)}$$

وهما مرسومتان على قاعدة واحدة أ د

 $\therefore$  الشكل أ ب ج د رباعي دائري



## ٥٧ في الشكل المقابل:



أ ب ج د شكل رباعي  
أ ج ⊥ ب د  
برهن أن:

الشكل أ ب ج د رباعي دائري

## الحل

في Δ ب و ج القائم الزاوية في و:

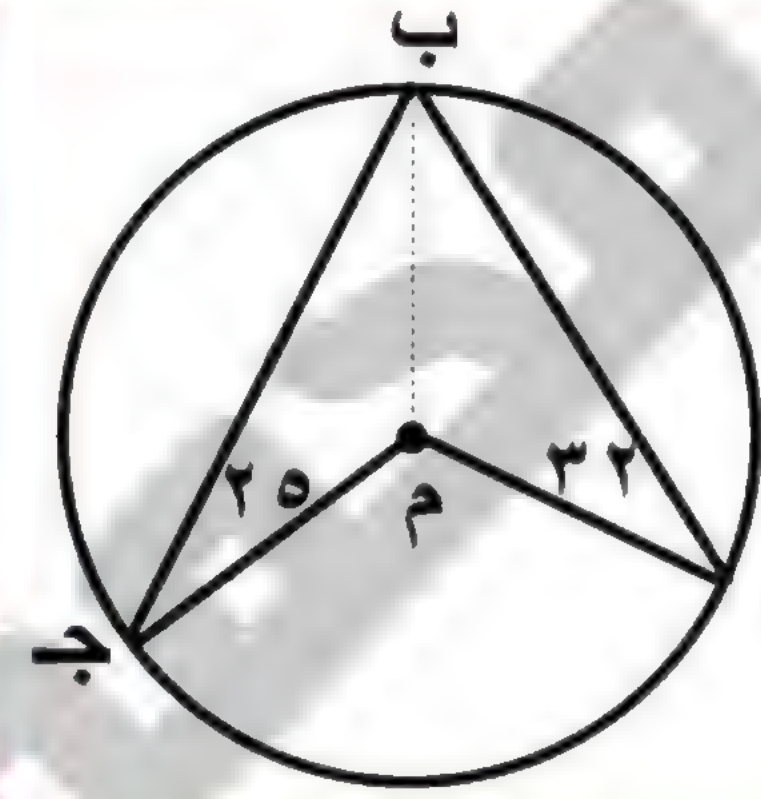
$$\text{ق (ب ج و)} = 180 - (50 + 90) = 40^\circ$$

$$\therefore \text{ق (أ د ب)} = \text{ق (ب ج أ)} = 40^\circ$$

وهما مرسومتان على قاعدة واحدة أ ب

∴ الشكل أ ب ج د رباعي دائري

## ٥٨ في الشكل المقابل:



$$\text{ق (أ)} = 32^\circ$$

$$\text{ق (ج)} = 25^\circ$$

أوجد: ق (أ م ج)

## الحل

العمل: نرسم ب م

$$\therefore \text{م أ} = \text{م ب} \quad \text{أنصاف أقطار}$$

$$\therefore \text{ق (أ ب م)} = \text{ق (ب أ م)} = 22^\circ$$

$$\therefore \text{م ج} = \text{م ب} \quad \text{أنصاف أقطار}$$

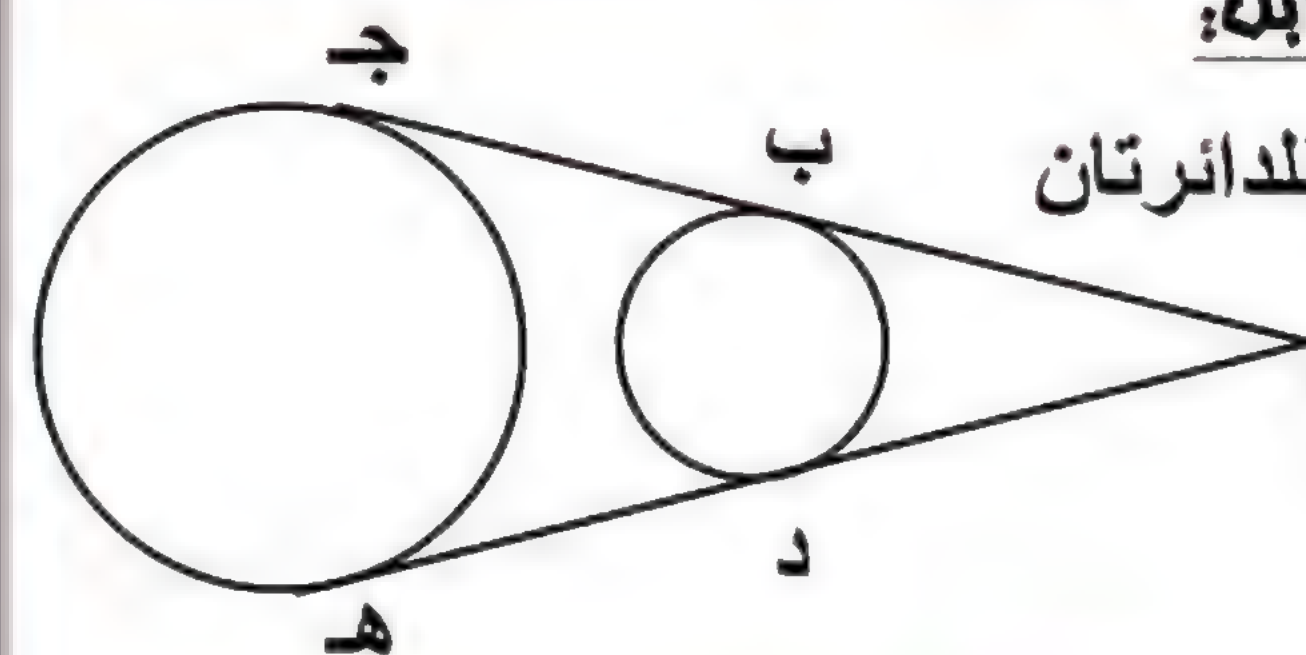
$$\therefore \text{ق (ج ب م)} = \text{ق (ب ج م)} = 25^\circ$$

$$\therefore \text{ق (أ ب ج)} = 22 + 25 = 47^\circ$$

$$\therefore \text{ق (أ م ج) المركزية} = 2 \times \text{ق (أ ب ج) المحيطية}$$

$$\therefore \text{ق (أ م ج)} = 2 \times 47 = 94^\circ$$

## ٥٩ في الشكل المقابل:



أ ج ، أ ه مماسان للدائرتان

أثبت أن:

$$\text{ب ج} = \text{د ه}$$

## الحل

في الدائرة الصغرى:

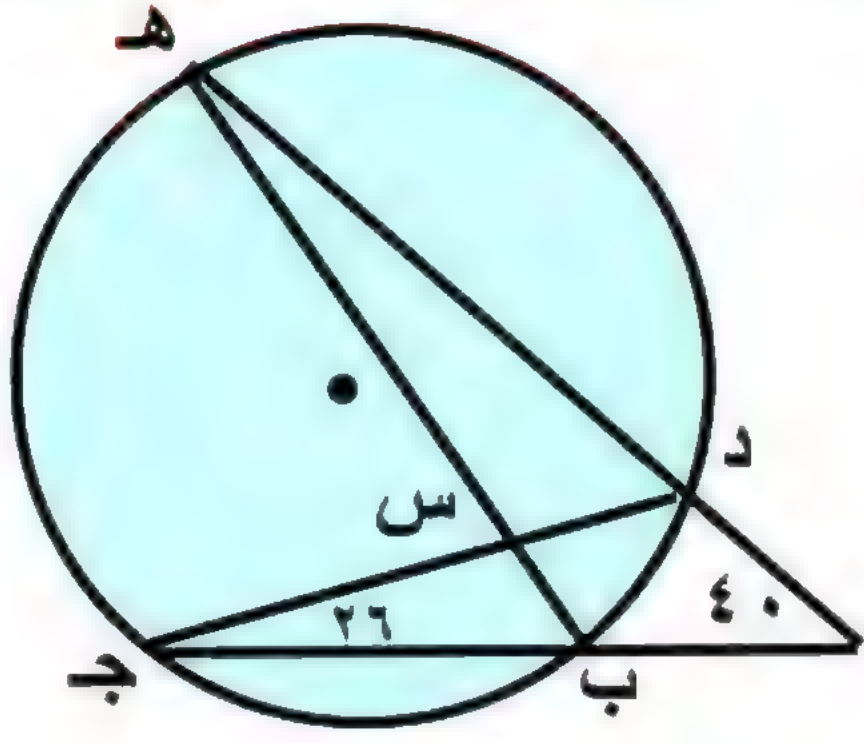
$$\therefore \text{أ ب} ، \text{أ د مماستان} \therefore \text{أ ب} = \text{أ د} \quad ١ \leftarrow$$

في الدائرة الكبرى:

$$\therefore \text{أ ج} ، \text{أ ه مماستان} \therefore \text{أ ج} = \text{أ ه} \quad ٢ \leftarrow$$

بطرح ١، ٢ ينتج أن: ب ج = د ه

## ٦٠ في الشكل المقابل:



$$\text{ق (أ)} = 40^\circ$$

$$\text{ق (ب ج د)} = 26^\circ$$

أوجد: ١) ق (ج ه)

٢) ق (ه س ج)

## الحل

$$\therefore \text{ق (د ب)} = 2 \times \text{ق (ج ه) المحيطية}$$

$$\therefore \text{ق (د ب)} = 2 \times 26 = 52^\circ$$

من تمرين مشهور:

$$\text{ق (ج ه)} = 2 \times \text{ق (أ)} + \text{ق (د ب)}$$

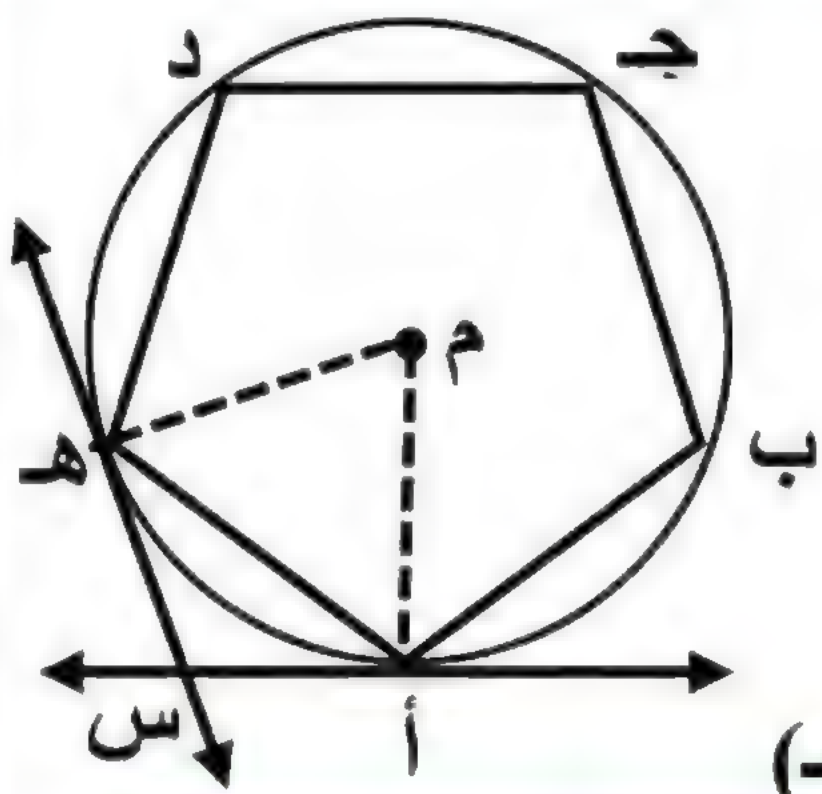
$$\text{المطلوب الأول} \quad 122 = 52 + 40 \times 2 =$$

من تمرين مشهور:

$$\text{ق (ه س ج)} = \frac{1}{2} \text{ق (د ب)} + \text{ق (ج ه)}$$

$$= \frac{1}{2} (122 + 52) = 92^\circ$$

## ٦١ في الشكل المقابل:



أ ب ج د ه خماسي منتظم مرسوم

داخل الدائرة م

أ س مماس للدائرة عند أ

ه س مماس للدائرة عند ه

أوجد: ١- ق (أ ه) ٢- ق (أ س ه)

## الحل

العمل: نرسم م أ ، م ه

∴ أ ب ج د ه خماسي منتظم

$$\therefore \text{أ ب} = \text{ب ج} = \text{ج د} = \text{د ه} = \text{أ ه}$$

$$\therefore \text{ق (أ ب)} = \text{ق (ب ج)} = \text{ق (ج د)} = \text{ق (د ه)} = \text{ق (أ ه)}$$

$$\therefore \text{قياس الدائرة} = 360^\circ \therefore \text{ق (أ ه)} = \frac{360}{5} = 72^\circ \text{ أولا}$$

$$\therefore \text{ق (أ ه)} = 72^\circ \therefore \text{ق (أ م ه)} = 72^\circ$$

$$\therefore \text{أ س مماس} \therefore \text{ق (م أ س)} = 90^\circ$$

$$\therefore \text{ه س مماس} \therefore \text{ق (م ه س)} = 90^\circ$$

في الشكل الرباعي م أ س ه:

$$\text{ق (أ س ه)} = (90 + 90 + 72) - 360 = 108^\circ$$



## اختر الإجابة الصحيحة:

١ عدد محاور التماثل لأي دائرة هو .....

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) عدد لا نهائي

٢ عدد محاور تماثل نصف الدائرة هو .....

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) عدد لا نهائي

٣ وتر طوله ٨ سم في دائرة طول نصف قطرها ٥ سم فإنه يبعد عن مركزها ..... سم

- (أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٨

٤ إذا كان المستقيم  $l \cap$  الدائرة  $\Phi =$  فإن المستقيم  $l$  يكون .....

- (أ) محور تماثل (ب) خارج (ج) قاطع (د) مماس

٥ إذا كان المستقيم مماساً للدائرة التي قطرها ٨ سم فإنه يبعد عن مركزها ..... سم

- (أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ٨

٦ دائرة محيطها  $6\pi$  سم والمستقيم  $l$  يبعد عن مركزها ٣ سم فإن المستقيم  $l$  يكون

- (أ) مماس للدائرة (ب) قاطع للدائرة (ج) خارج الدائرة (د) قطر في الدائرة

٧ خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عمودياً على .....

- (أ) القطر (ب) الوتر (ج) الوتر المشترك (د) المماس

٨ دائرتان  $M$ ،  $N$  متماستان من الداخل، أنصاف أقطارهم ٥ سم، ٩ سم فإن  $M \cap N =$  ..... سم

- (أ) ١٤ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٩

٩  $M$ ،  $N$  دائرتان متقاطعتان وطولاً نصفى قطريهما ٥ سم، ٢ سم فإن  $M \cap N =$  .....

- (أ)  $[7, 3]$  (ب)  $[7, 3]$  (ج)  $[7, 3]$  (د)  $[7, 3]$

١٠ إذا كان سطح الدائرة  $M \cap$  سطح الدائرة  $N = \{A\}$  وطول نصف قطر أحدهما ٣ سم،  $M \cap N = ٨$  سم

فإن طول نصف قطر الأخرى = .....

- (أ) ٥ (ب) ٦ (ج) ١١ (د) ١٦

١١ إذا كان الدائرتان  $M$ ،  $N$  متماستان من الخارج وطول نصف قطر إحدهما ٥ سم،  $M \cap N = ٩$  سم

فإن طول نصف قطر الأخرى = .....

- (أ) ٤ (ب) ٥ (ج) ٩ (د) ١٤

١٢  $M$  دائرة طول قطرها ٧ سم،  $A$  نقطة في مستوى الدائرة وكان  $MA = ٤$  سم فإن  $A$  تقع .....

- (أ) داخل الدائرة (ب) خارج الدائرة (ج) على الدائرة (د) على مركز الدائرة



١٣ عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة هو .....

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

١٤ لا يمكن رسم دائرة تمر برؤوس .....

- (أ) المثلث (ب) المربع (ج) المعين (د) المستطيل

١٥ يمكن رسم دائرة تمر برؤوس .....

- (أ) معين (ب) مستطيل (ج) شبه منحرف (د) متوازي أضلاع

١٦ مركز الدائرة الداخلة لأي مثلث هو نقطة تقاطع .....

- (أ) متوسطات المثلث (ب) ارتفاعات المثلث (ج) محاور تماثل أضلاعه (د) منصفات زواياه الداخلة

١٧ مركز الدائرة الخارجة لأي مثلث هو نقطة تقاطع .....

- (أ) متوسطات المثلث (ب) ارتفاعات المثلث (ج) محاور تماثل أضلاعه (د) منصفات زواياه الداخلة

١٨ قياس القوس الذى يمثل ثلث قياس الدائرة = .....

- (أ) ٣٦٠ (ب) ١٨٠ (ج) ١٢٠ (د) ٩٠

١٩ النسبة بين قياس الزاوية المحيطية وقياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس = .....

- (أ) ٢ : ١ (ب) ٣ : ١ (ج) ١ : ٢ (د) ١ : ٣

٢٠ طول نصف الدائرة التي طول نصف قطرها نق سم = ..... سم

- (أ)  $2\pi$  نق (ب)  $\frac{1}{4}\pi$  نق (ج)  $\frac{1}{3}\pi$  نق (د)  $\pi$  نق

٢١ قياس الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة = .....

- (أ)  $45^\circ$  (ب)  $90^\circ$  (ج)  $120^\circ$  (د)  $180^\circ$

٢٢ أ ب ج د شكل رباعى دائرى فيه ق ( $\hat{A}$ ) =  $60^\circ$  فإن ق (ج) = .....

- (أ)  $60^\circ$  (ب)  $30^\circ$  (ج)  $90^\circ$  (د)  $120^\circ$

٢٣ إذا كان الشكل أ ب ج د رباعى دائرى وكان ق ( $\hat{A}$ ) =  $\frac{1}{4}$  ق (ج) فإن ق ( $\hat{A}$ ) = .....

- (أ)  $90^\circ$  (ب)  $60^\circ$  (ج)  $120^\circ$  (د)  $180^\circ$

٢٤ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الخارج = .....

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

٢٥ المماسان المرسومان من نهايتى قطر في دائرة يكونان .....

- (أ) متوازيان (ب) منطبقان (ج) متقاطعان (د) متساويان في الطول



٢٦ الزاوية المماسية هي زاوية محصورة بين .....

- (أ) وتران (ب) مماسان (ج) وتر ومماس (د) وتر وقطر

٢٧ عدد المماسات المشتركة لداثرتين متباعدتان هو .....

- (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

٢٨ الزاوية المحيطية التي تقابل قوساً أصغر في الدائرة تكون .....

- (أ) منعكسة (ب) قائمة (ج) منفرجة (د) حادة

٢٩ الشكل الرباعي الدائري في الأشكال التالية هو .....

- (أ) المعين (ب) المستطيل (ج) متوازي الأضلاع (د) شبه المنحرف

٣٠ إذا كانت نقطة تقع على الدائرة م التي قطرها ٦ سم فإن أ م = ..... سم

- (أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٦

٣١ المماس لدائرة طول نصف قطرها ٥ سم يكون على بعد ..... سم من مركزها

- (أ) ٥ (ب) ١٠ (ج) صفر (د) ٣

٣٢ دائرة طول أكبر وتر فيها = ١٢ سم فإن محيط الدائرة = ..... سم

- (أ)  $12\pi$  (ب)  $6\pi$  (ج)  $10\pi$  (د)  $24\pi$

٣٣ القطر هو ..... يمر بمركز الدائرة

- (أ) وتر (ب) مستقيم (ج) شعاع (د) مماس

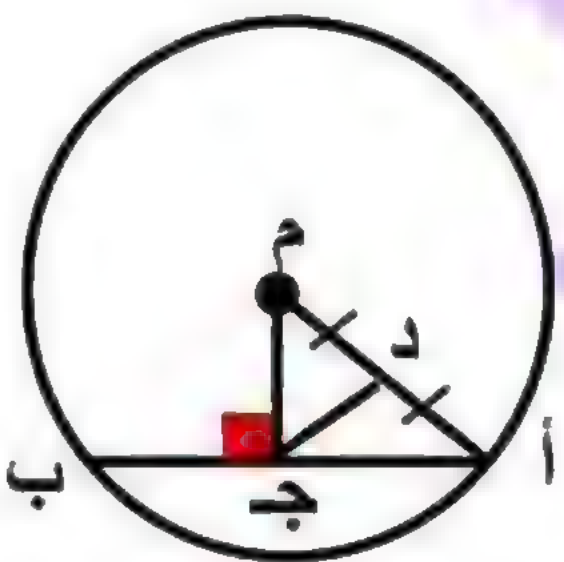
٣٤ أكبر أوتار الدائرة طولاً يسمى .....

- (أ) وتر (ب) قطر (ج) نصف قطر (د) مماس

٣٥ في الشكل المقابل: د منتصف أ ج ، م ج  $\perp$  أ ب ، ج د = ٣ سم

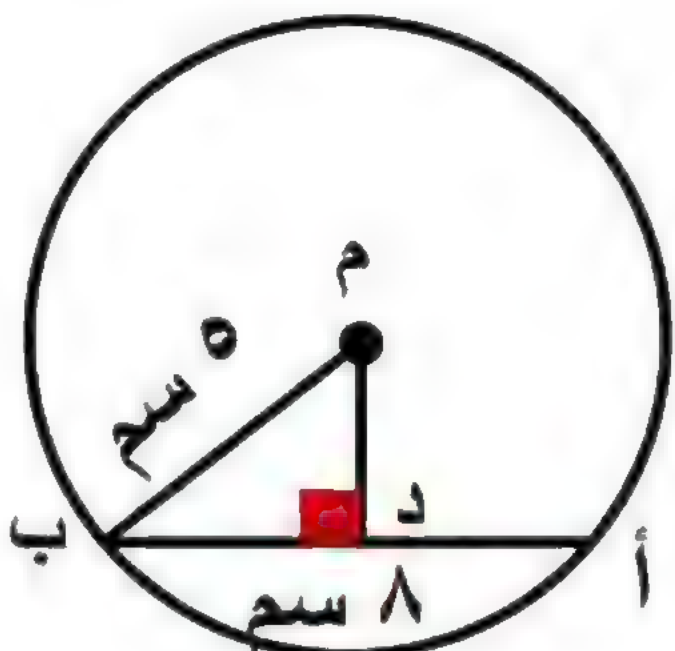
فإن مساحة سطح الدائرة م تساوى .....  $\pi$  سم<sup>٢</sup>

- (أ) ٣ (ب) ٦ (ج) ٩ (د) ٣٦

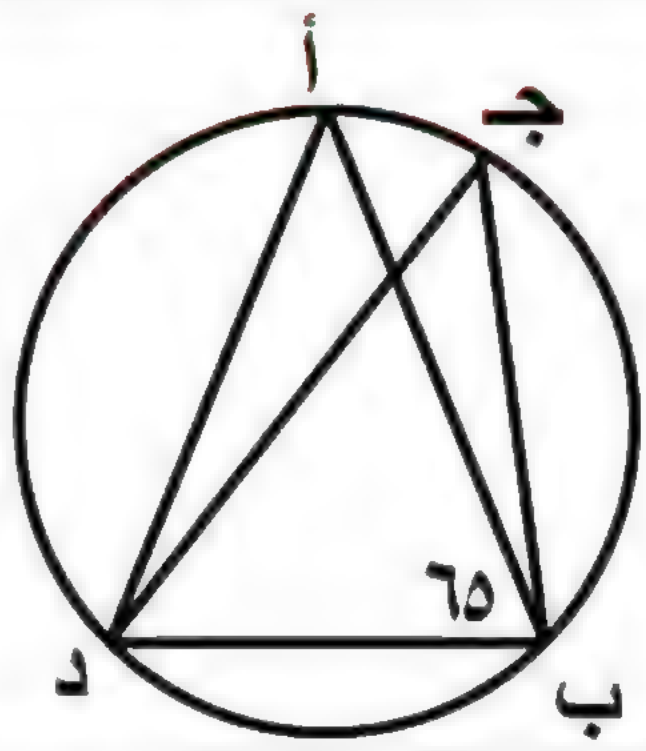


٣٦ في الشكل المقابل: أ ب = ٨ سم ، م ب = ٥ سم فإن م د = ..... سم

- (أ) ٥ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٢

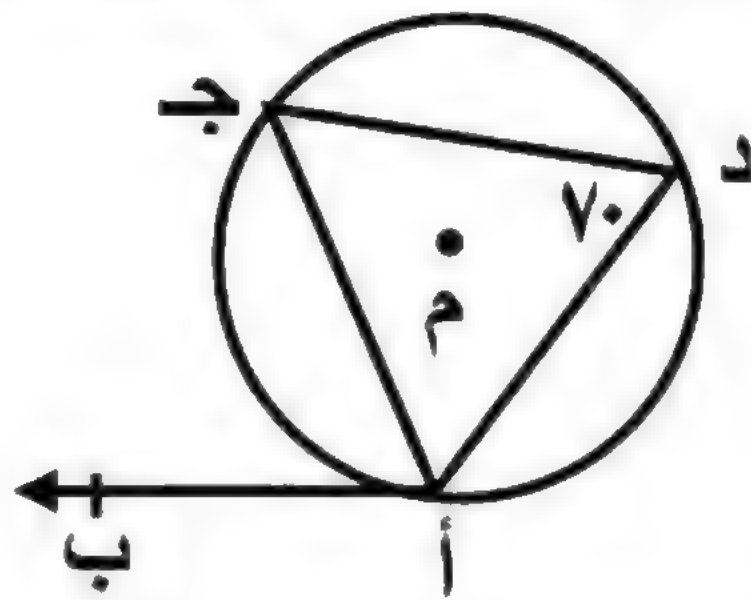






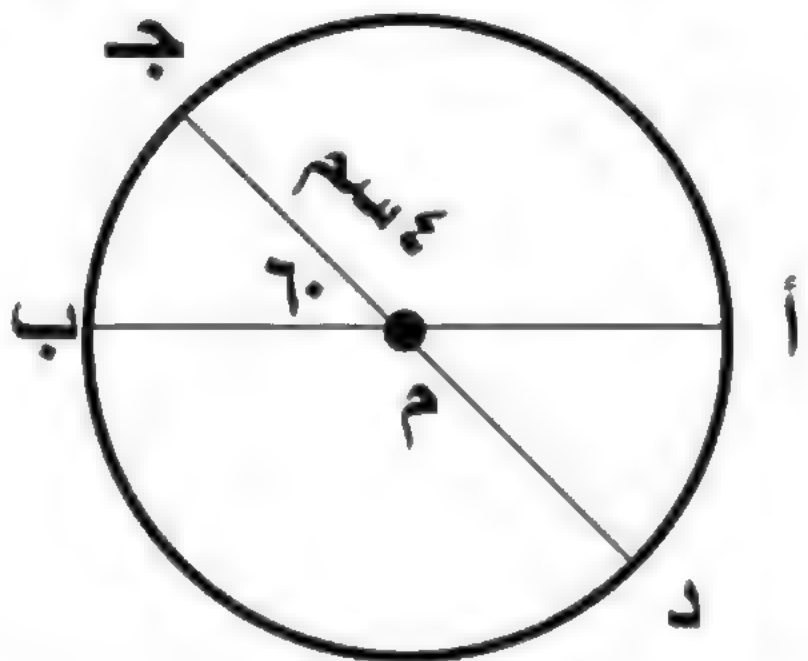
٣٧ في الشكل المقابل:  $\angle ADB = 65^\circ$  ،  $\angle ABC = 30^\circ$  ، فإن  $\angle BAC = \dots^\circ$

- (أ) ١٥ (ب) ٢٥ (ج) ٣٥ (د) ٥٥



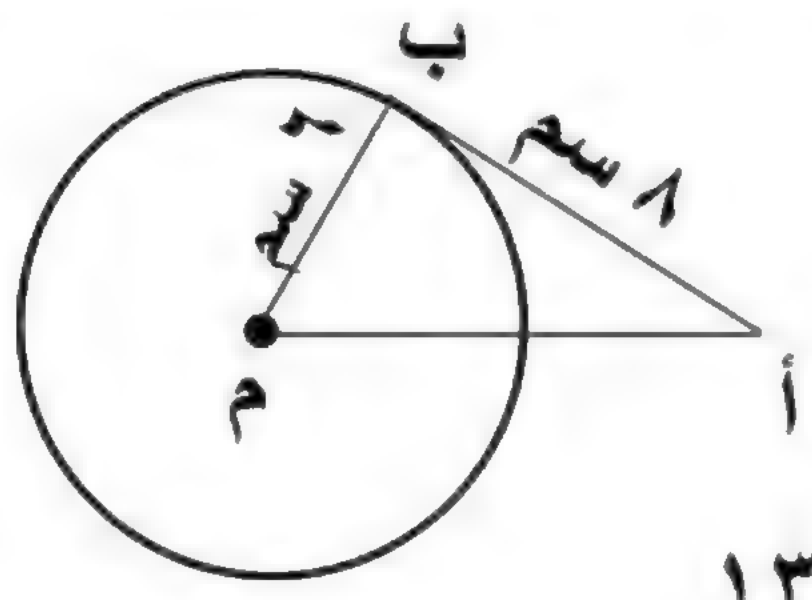
٣٨ في الشكل المقابل:  $\angle ADB = 70^\circ$  ،  $\angle ABC = 35^\circ$  ، فإن  $\angle BAC = \dots^\circ$

- (أ) ١٤٠ (ب) ٣٥ (ج) ٧٠ (د) ١١٠



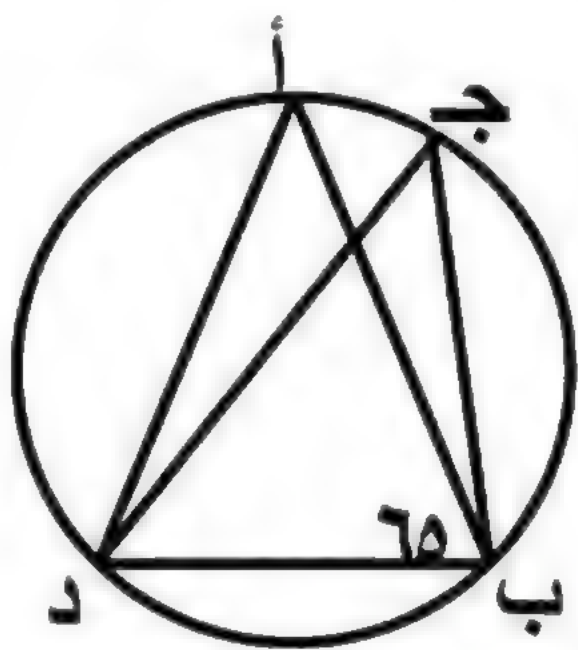
٣٩ في الشكل المقابل:  $\angle CMD = 60^\circ$  ،  $MC = MD = 4$  سم ، فإن طول القوس  $\widehat{CD} = \dots$

- (أ)  $4\pi$  (ب)  $8\pi$  (ج)  $\frac{8}{3}\pi$  (د)  $16\pi$



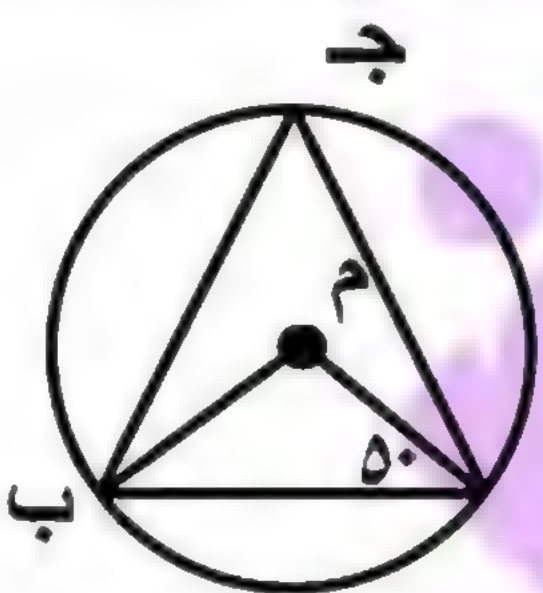
٤٠ في الشكل المقابل:  $\angle CMD = 60^\circ$  ،  $MC = MD = 8$  سم ، فإن  $\angle ADB = \dots^\circ$

- (أ) ٥ (ب) ١٠ (ج) ١٢ (د) ١٣



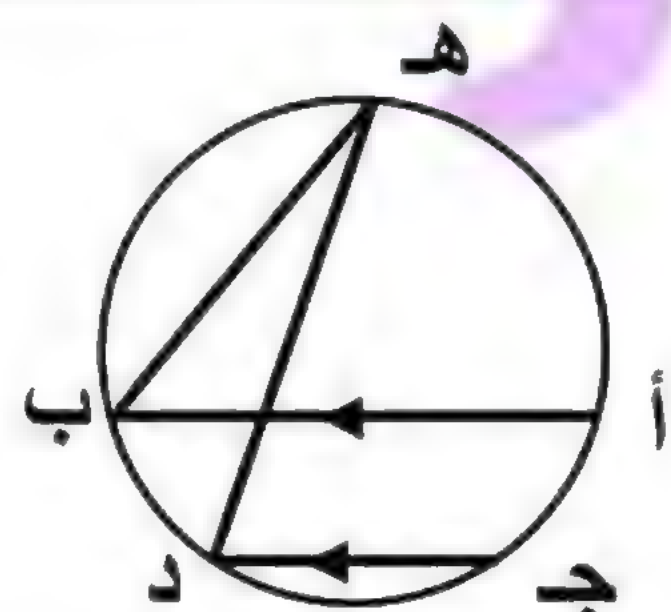
٤١ في الشكل المقابل: دائرة مركزها م ، إذا كان  $\angle ADB = 65^\circ$  ، فإن  $\angle BAC = \dots^\circ$

- (أ) ٢٥ (ب) ٥٠ (ج) ١٠٠ (د) ١٥٠



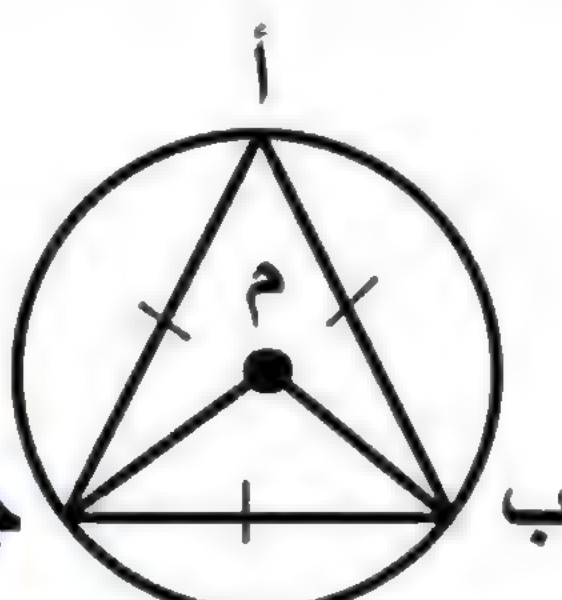
٤٢ في الشكل المقابل: دائرة مركزها م ، فإن  $\angle ADB = 50^\circ$  ، فإن  $\angle BAC = \dots^\circ$

- (أ) ٥٠ (ب) ٨٠ (ج) ٤٠ (د) ٣٠



٤٣ في الشكل المقابل:  $\angle ADB = 30^\circ$  ،  $\angle ABC = 15^\circ$  ، فإن  $\angle BAC = \dots^\circ$

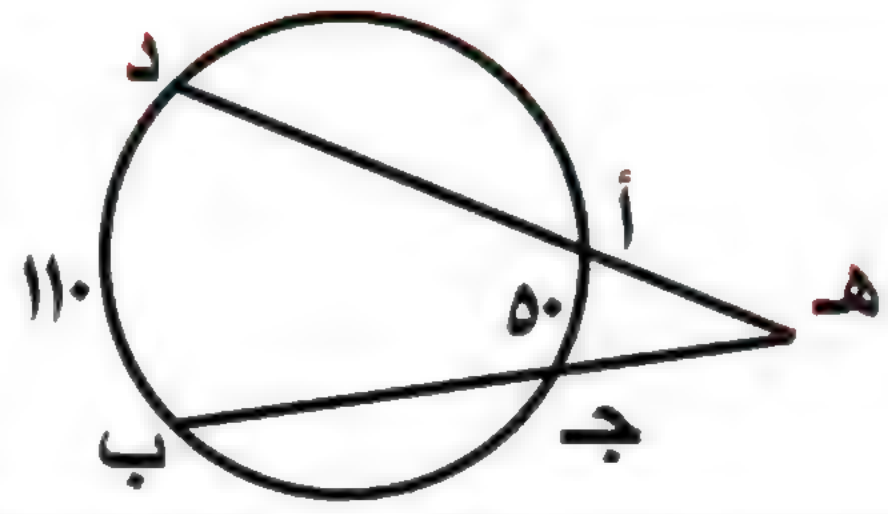
- (أ) ١٠ (ب) ١٥ (ج) ٣٠ (د) ٦٠



٤٤ في الشكل المقابل:  $\angle ADB = 60^\circ$  ،  $\angle ABC = 120^\circ$  ، فإن  $\angle BAC = \dots^\circ$

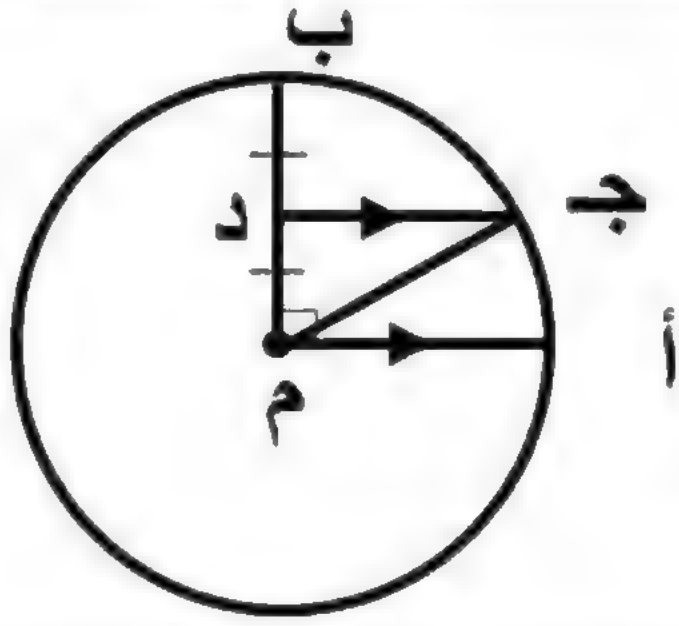
- (أ) ٥٠ (ب) ٦٠ (ج) ١٢٠ (د) ١٠٠





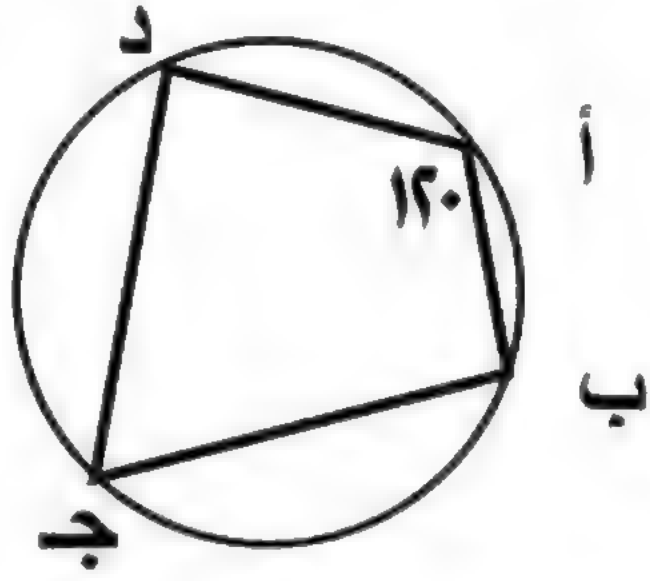
(د) ٣٠°

- ٤٥ في الشكل المقابل : ق (أ ج) = ٥٠°  
ق (د ب) = ١١٠° فإن ق (هـ) = .....  
(أ) ٦٠° (ب) ٥٠° (ج) ٤٠° (د) ٣٠°



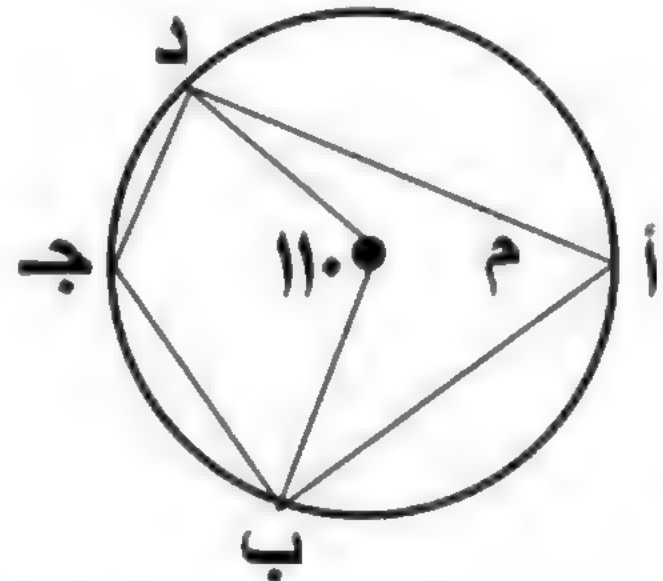
(د) ٩٠°

- ٤٦ في الشكل المقابل : أم // جد ، م د = د ب  
ق (أ م ب) = ٩٠° فإن ق (أ ج) = .....  
(أ) ٤٥° (ب) ٦٠° (ج) ٣٠° (د) ٩٠°



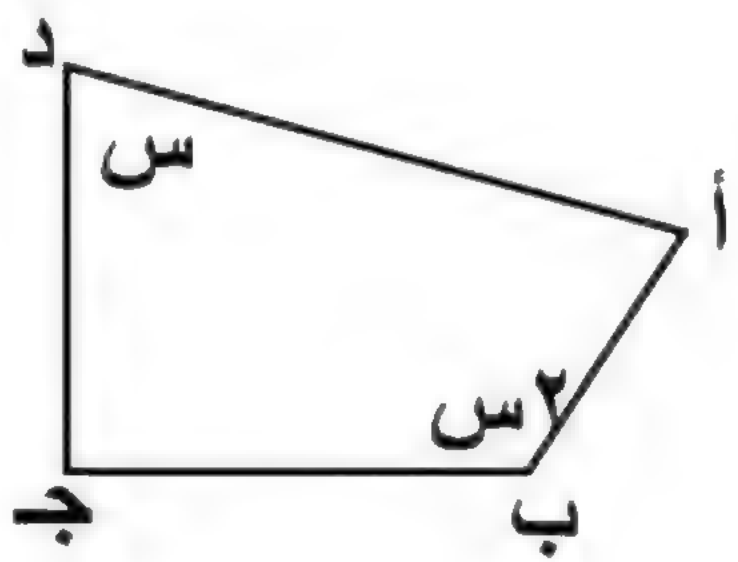
(د) ١٨٠°

- ٤٧ في الشكل المقابل : ق (أ) = ١٢٠°  
فإن ق (ج) = .....  
(أ) ٦٠° (ب) ٩٠° (ج) ١٢٠° (د) ١٨٠°



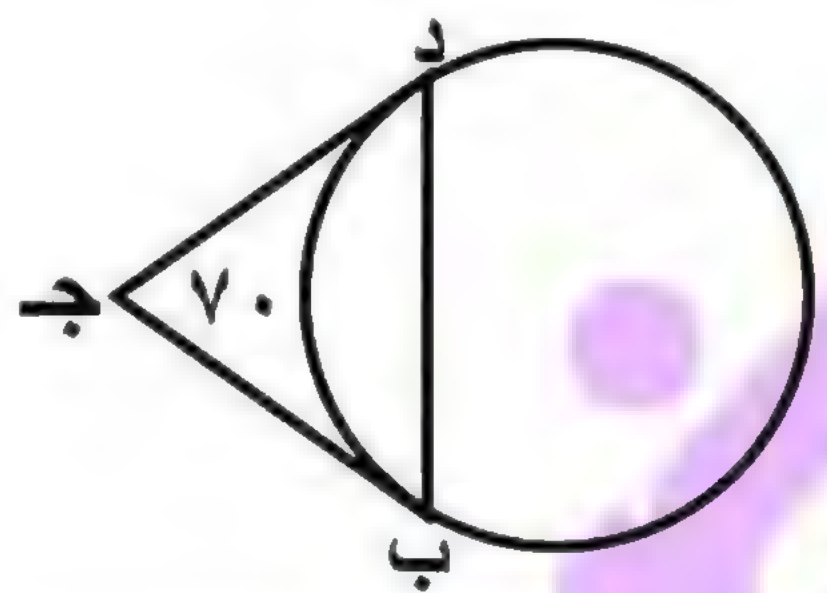
(د) ٥٥°

- ٤٨ في الشكل المقابل : دائرة مركزها م  
ق (ب م د) = ١١٠° فإن ق (ج) = .....  
(أ) ٧٠° (ب) ١١٠° (ج) ١٢٥° (د) ٥٥°



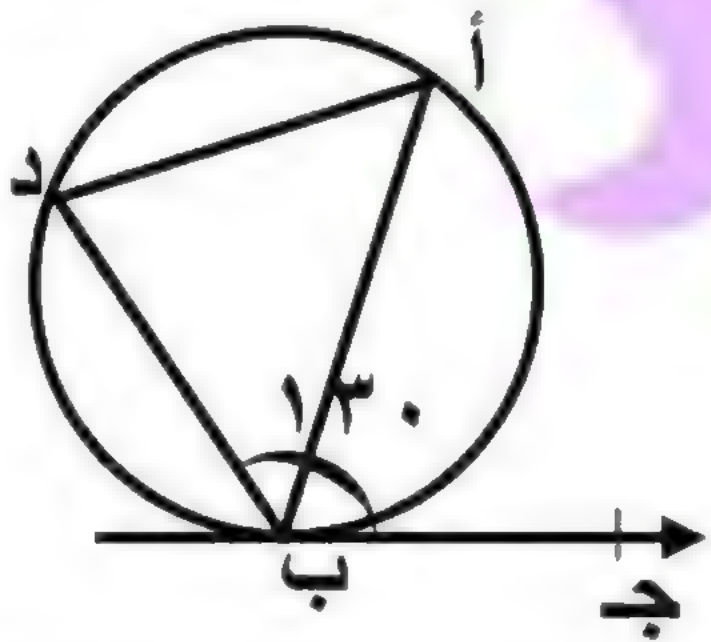
(د) ٥٠°

- ٤٩ في الشكل المقابل : أ ب ج د شكل رباعي دائري  
فإن س = .....  
(أ) ١٢٠ (ب) ١٠٠ (ج) ٦٠ (د) ٥٠



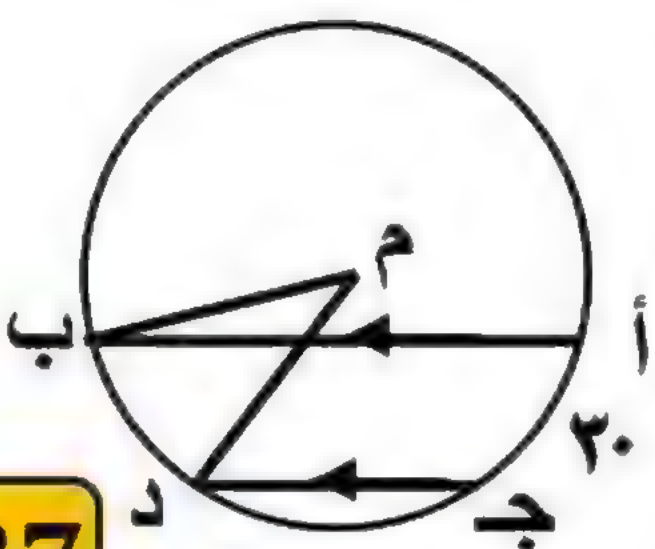
(د) ٥٥°

- ٥٠ في الشكل المقابل : ج ب ، ج د قطعتان مماستان  
ق (ج) = ٧٠° فإن ق (د ب) الأصغر = .....  
(أ) ٧٠ (ب) ١١٠ (ج) ١٢٥ (د) ٥٥



(د) ١٨٠°

- ٥١ في الشكل المقابل : ب ج مماس للدائرة  
ق (د ب ج) = ١٣٠° فإن ق (أ) = .....  
(أ) ٥٠ (ب) ٦٥ (ج) ١٣٠ (د) ١٨٠



(د) ٦٠°

- ٥٢ في الشكل المقابل : أ ب // ج د  
ق (أ ج) = ٣٠° فإن ق (ب م د) = .....  
(أ) ١٠ (ب) ١٥ (ج) ٣٠ (د) ٦٠

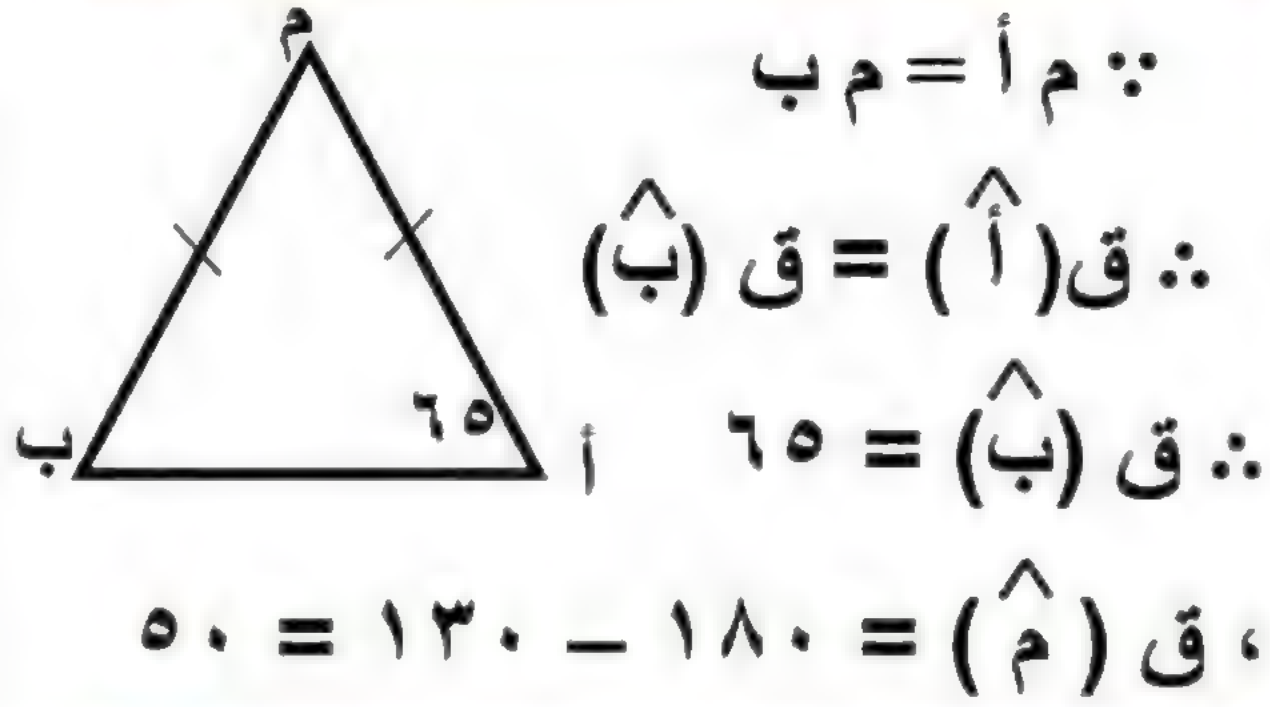


## تراكمي هندسة

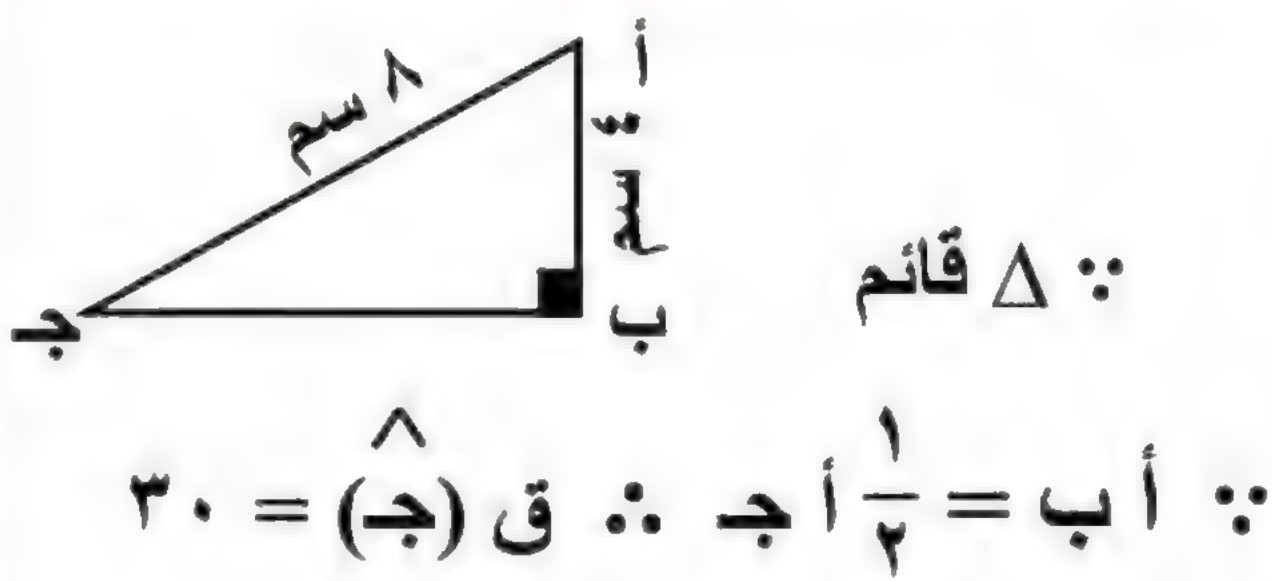
- ① مساحة المعين الذي طولاً قطريه ٦ سم ، ٨ سم = ..... سم<sup>٢</sup>
- ② مجموع طولى أي ضلعين في المثلث ..... طول الضلع الثالث
- ③ في المثلث أ ب ج إذا كان  $(أ ج)^\circ = (أ ب)^\circ + (ب ج)^\circ$  فإن زاوية ب تكون .....
- ④ في المثلث أ ب ج إذا كان  $(أ ج)^\circ < (أ ب)^\circ + (ب ج)^\circ$  فإن زاوية ب تكون .....
- ⑤ في المثلث أ ب ج إذا كان  $(أ ج)^\circ < (أ ب)^\circ + (ب ج)^\circ$  فإن زاوية ب تكون .....
- ⑥ قياس زاوية الشكل السداسى المنتظم = .....
- ⑦ عدد محاور تماثل المربع = ..... ، عدد محاور تماثل المستطيل = .....
- ⑧ ميل المستقيم الذى معادلته ٣ س - ٤ ص + ١٢ = ٠ هو .....
- ⑨ ميل المستقيم الموازى لمحور السينات = .....
- ⑩ عدد محاور تماثل نصف الدائرة ..... عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الساقين
- ⑪ القطران المتساويان في الطول وغير متعامدان في .....
- ⑫ مربع محيطه ٢٠ سم تكون مساحته = ..... سم<sup>٢</sup>
- ⑬ إذا كان أ ب قطر فى دائرة م حيث أ ( ٣ ، - ٥ ) ، ب ( ٥ ، ١ ) فإن مركز الدائرة م هو .....
- ⑭ دائرة محيطها  $٨\pi$  فإن طول قطرها = .....
- ⑮ في المثلث القائم طول المتوسط الخارج من الزاوية القائمة يساوى .....
- ⑯ في المثلث القائم طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠ يساوى .....
- ⑰ عدد المستطيلات في الشكل المقابل .....  

--	--	--
- ⑱ إذا كان مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم هو نقطة فإن القطعة المستقيمة ..... المستقيم
- ⑲ مربع طول قطره ٦ سم فإن مساحته = ..... سم<sup>٢</sup>
- ⑳ الأعداد ٥ ، ٤ ، ..... تصلح أطوال أضلاع مثلث ( ٨ ، ١٠ ، ٩ ، ١٢ )
- ㉑ إذا كان قياس إحدى زاويتي القاعدة في مثلث متساوى الساقين ٣٠° فإن قياس زاوية الرأس = .....°
- ㉒ قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع = .....°

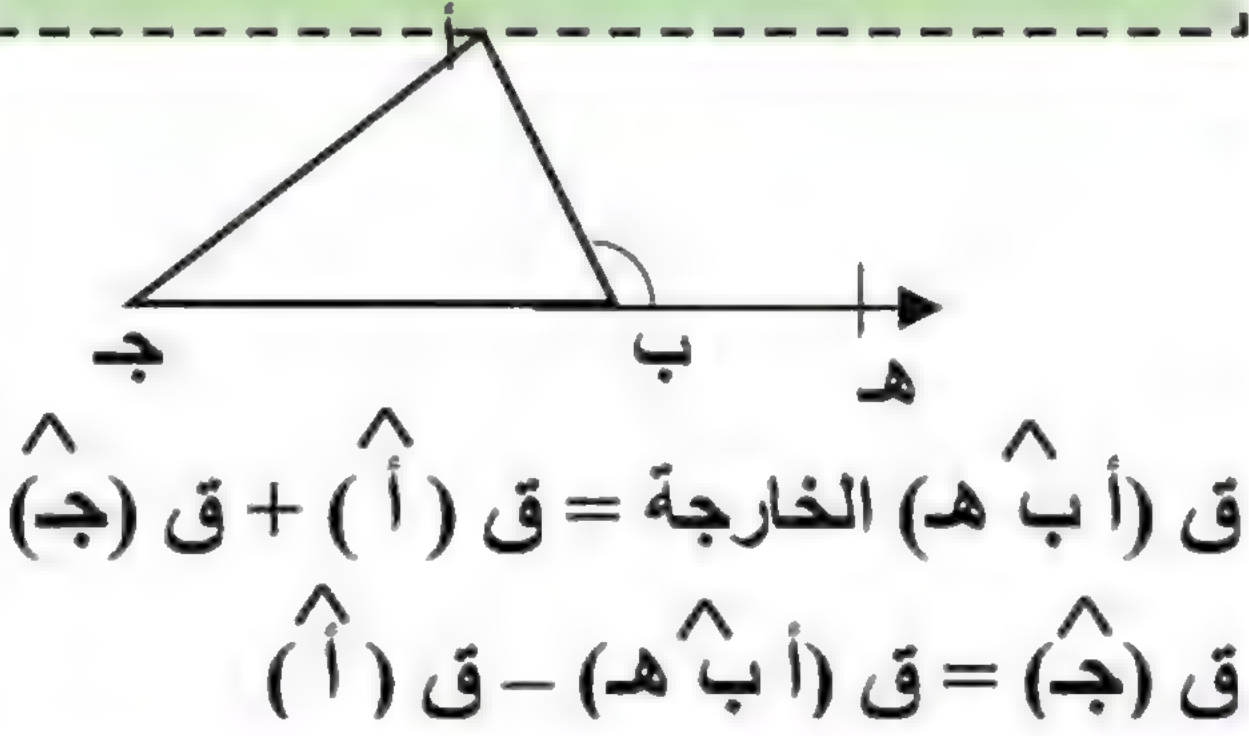


في المثلث المتساوي الساقين  
زاويتا القاعدة متساويتان

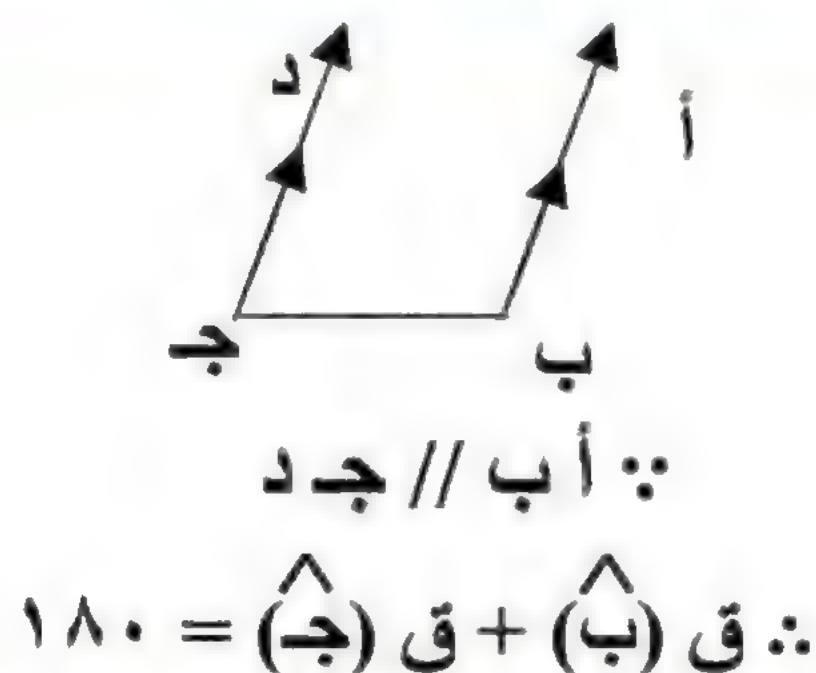
إذا كان طول الضلع = نصف طول  
الوتر فإن الزاوية المقابلة له = ٣٠



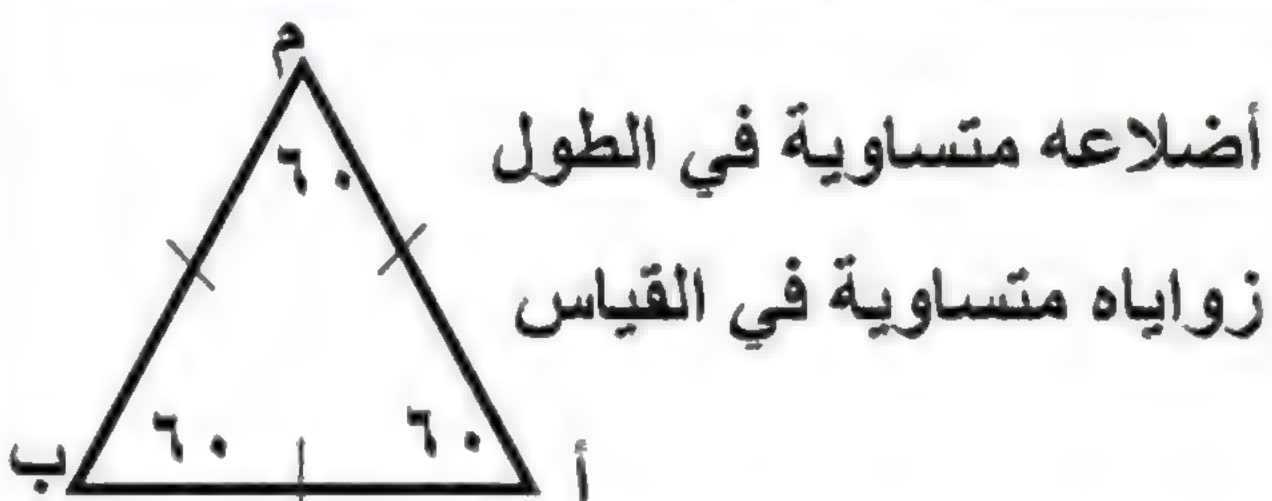
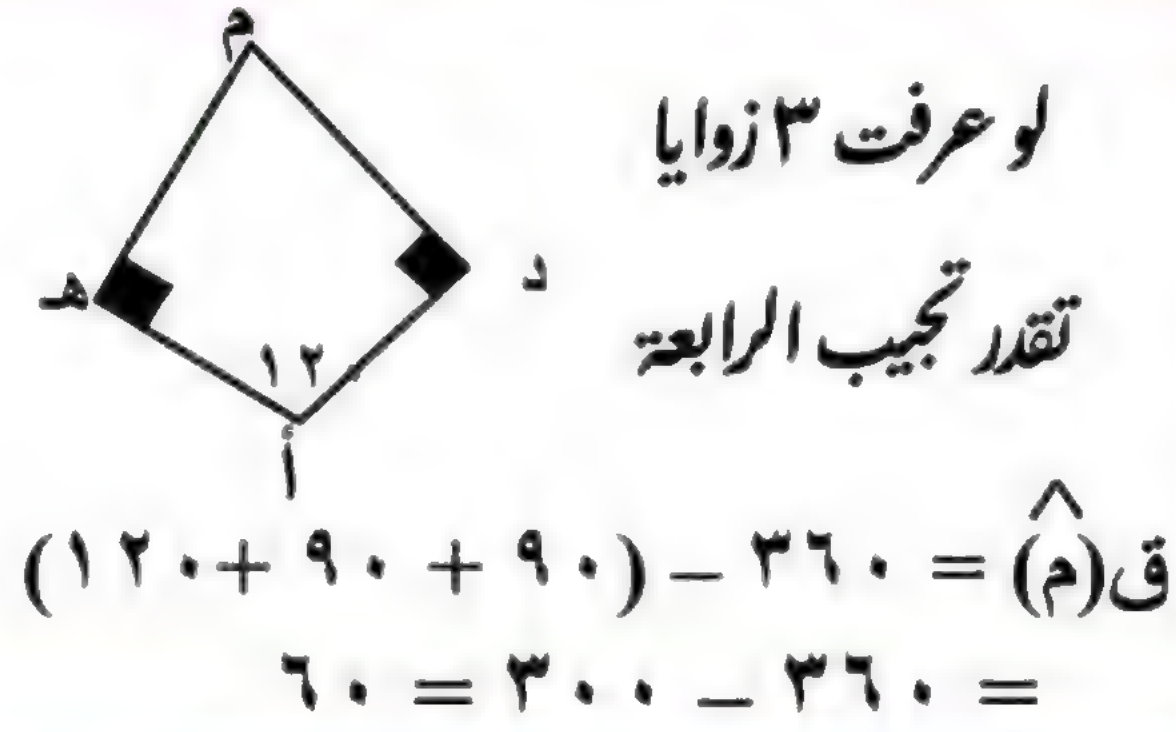
قياس الزاوية الخارجة عن المثلث =  
مجموع الزاويتين الداخلتين عدا المجاورة



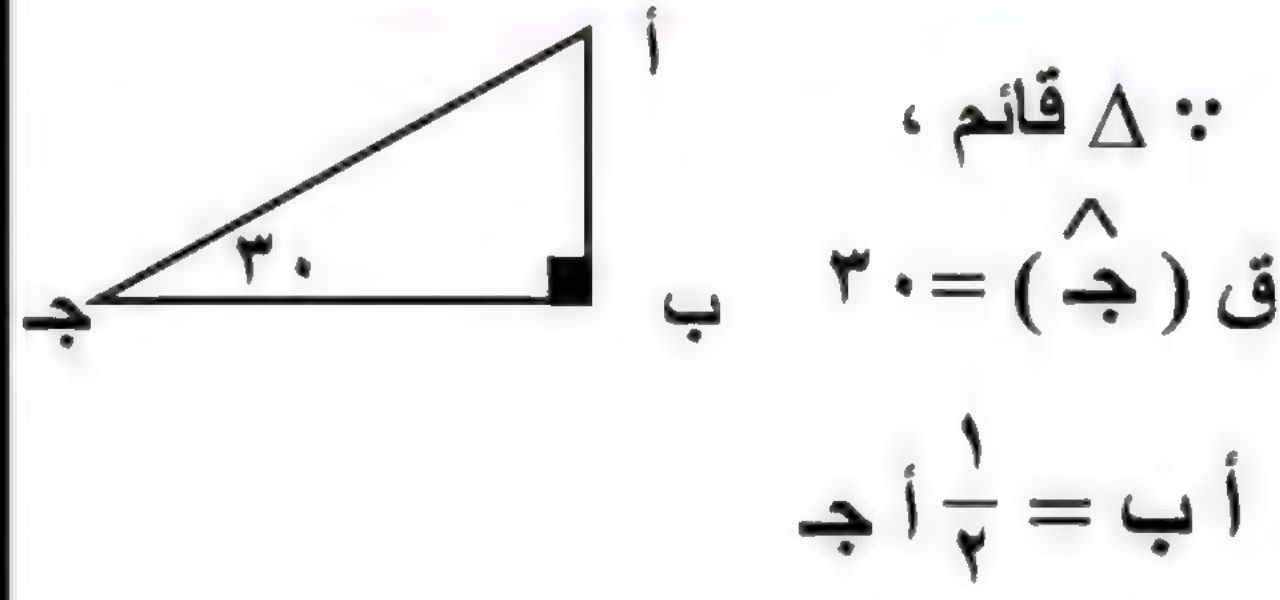
إذا وجد توازي حرف U فإن  
الزاويتان المتداخلتان متكاملتان



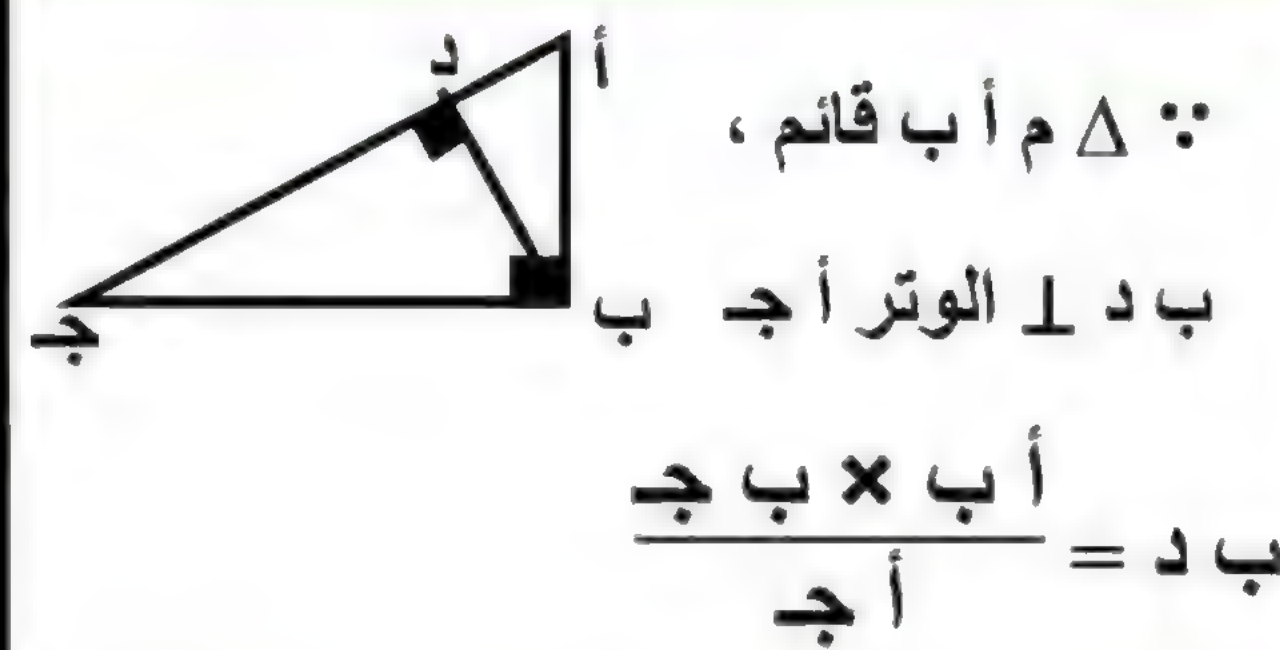
## المثلث المتساوي الأضلاع

مجموع قياسات زوايا  
الشكل الرباعي = ٣٦٠

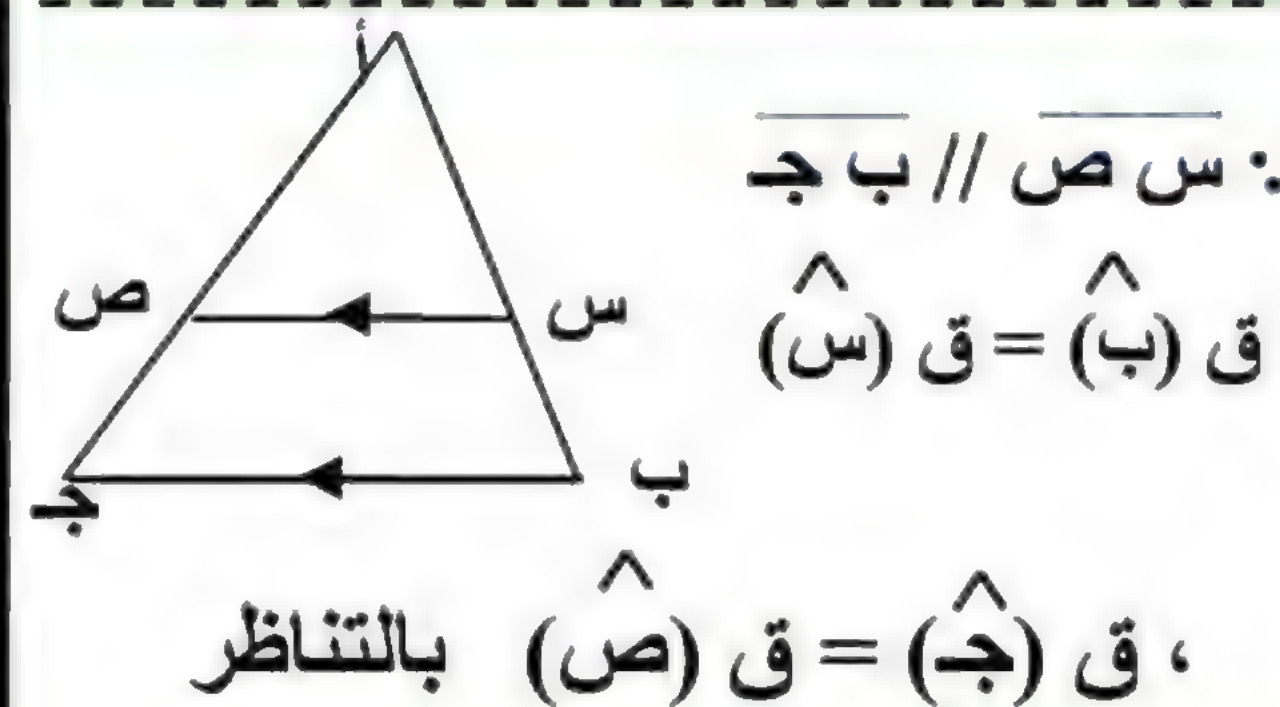
طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠  
= نصف طول الوتر



## نظرية إقليدس

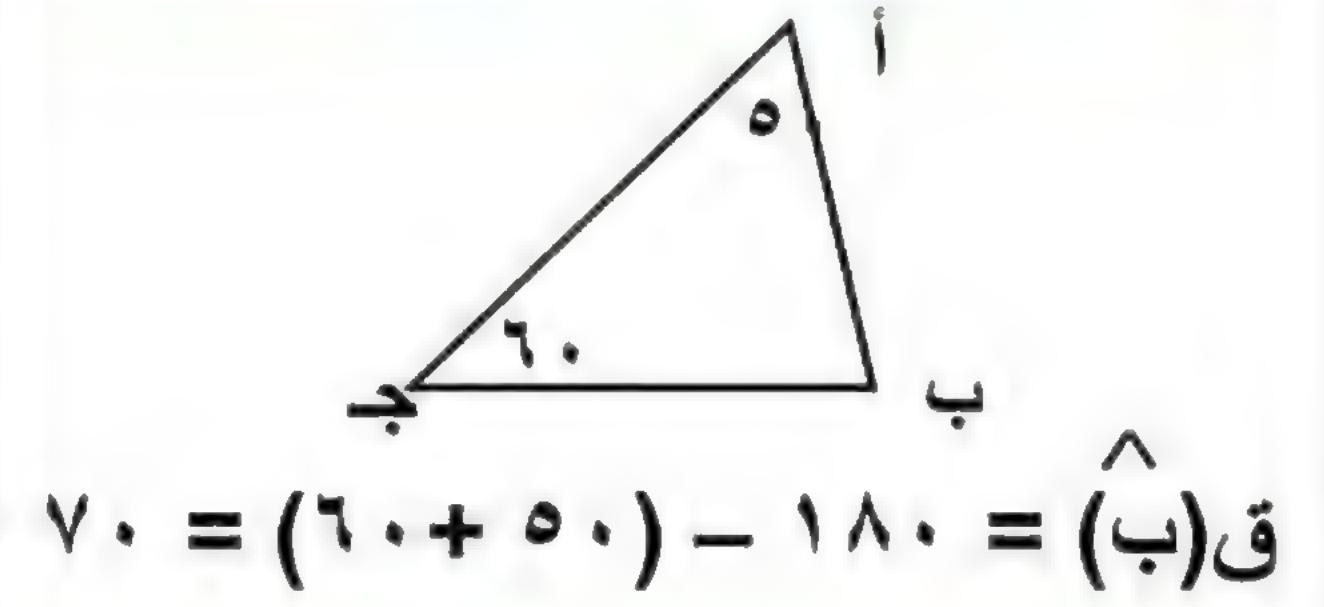


إذا وجد توازي حرف F فإن  
الزاويتان المتناظرتان متساويتان

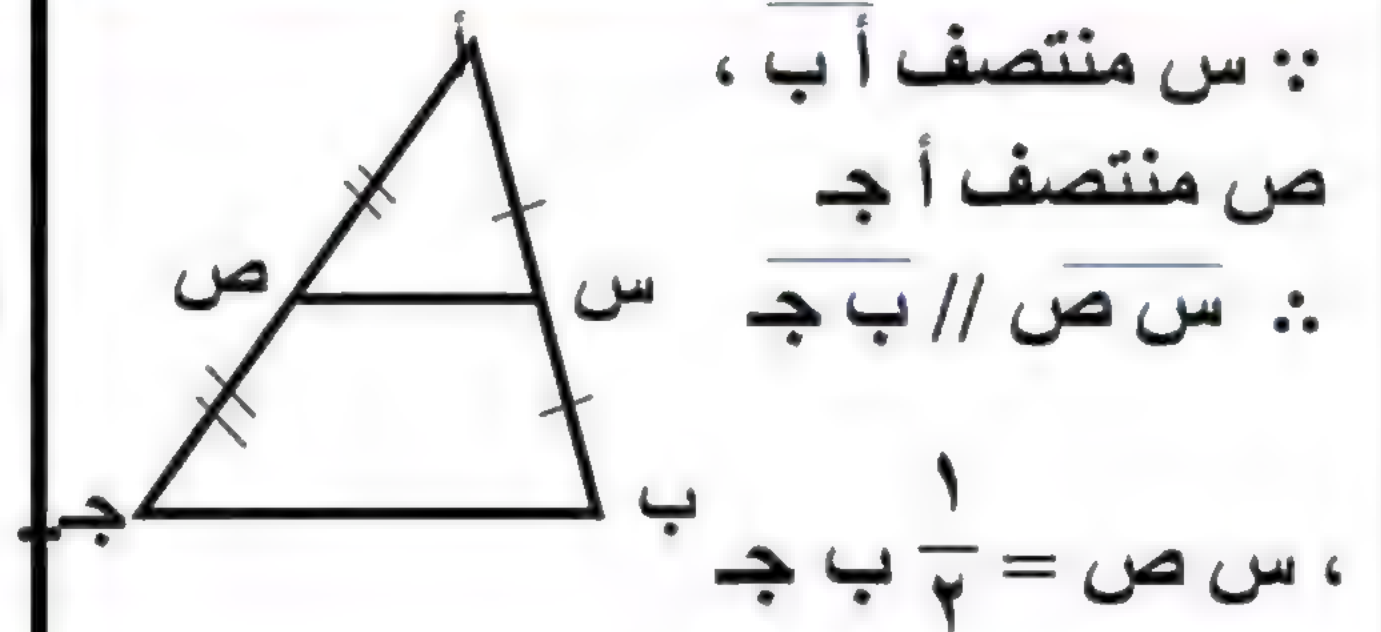


## حالات تطابق مثلثين

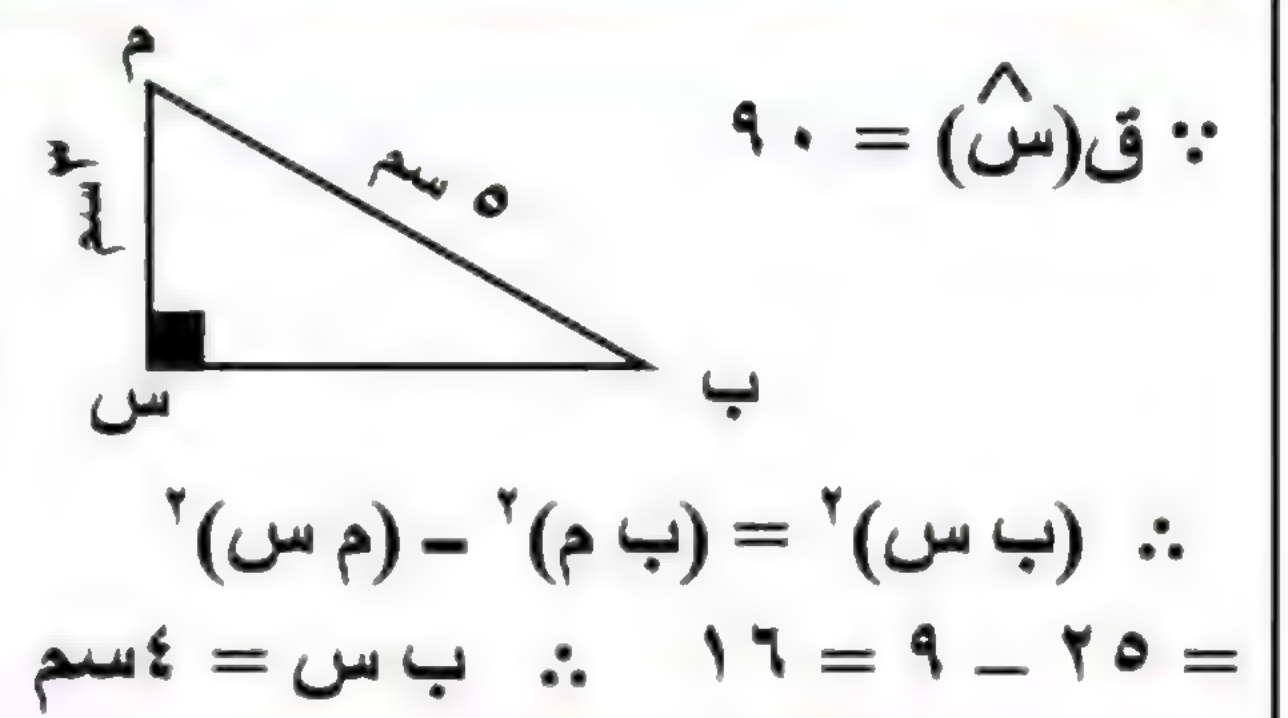
- ضلعان والزاوية المحصورة بينهما
- زاويتان والضلع المرسوم بينهما
- وتر وضلع (في المثلث القائم)

مجموع قياسات زوايا  $\Delta = 180$ 

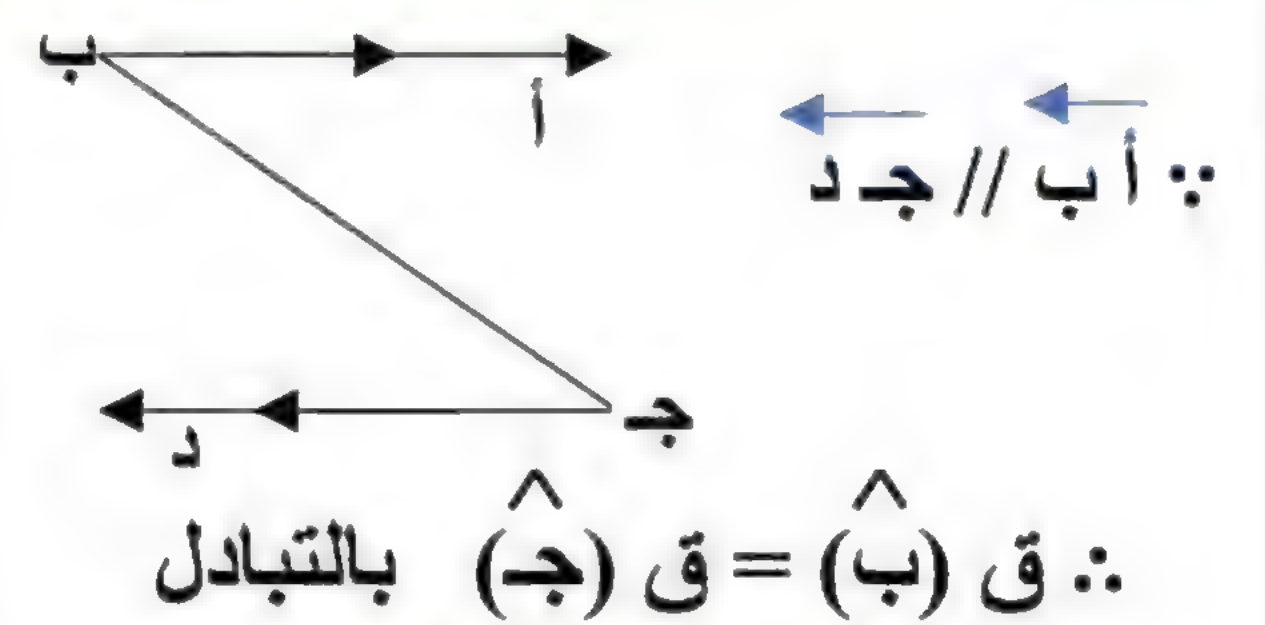
القطعة الواصلة بين منتصفى  
ضلعين توازي الضلع الثالث



## نظرية فيثاغورث



إذا وجد توازي حرف Z فإن  
الزاويتان المتبادلتان متساويتان

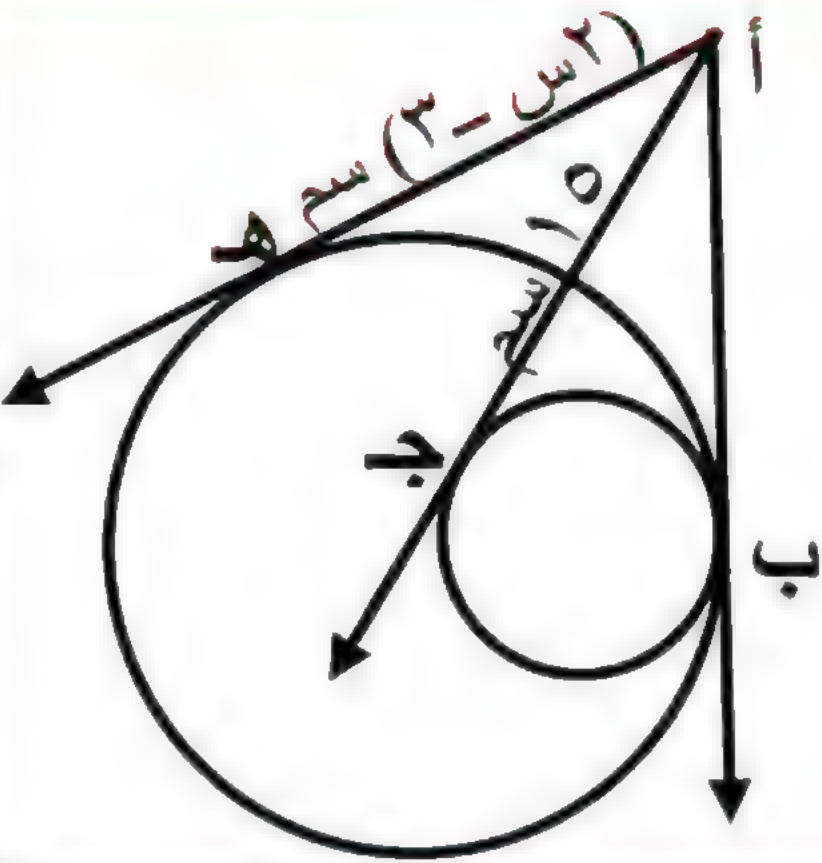
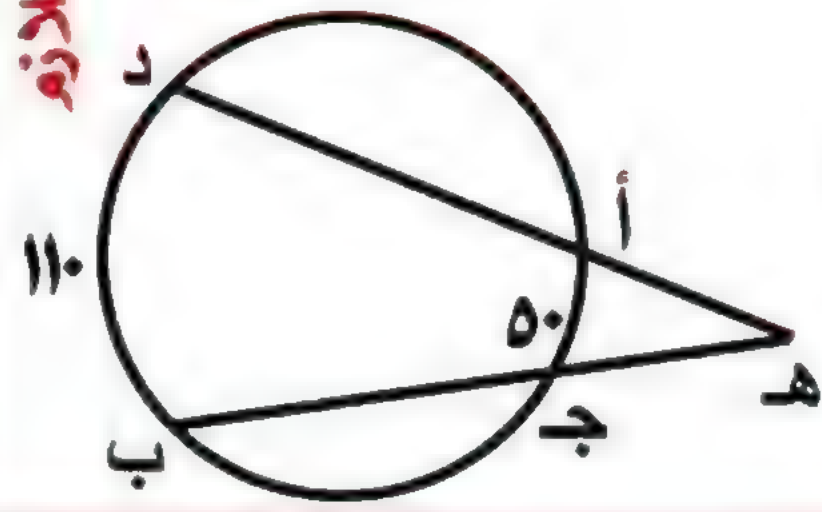
لإثبات التوازي  
نبحث عن إحدى الحالات الآتية:

- زاويتان متبادلتان متساويتان
- زاويتان متناظرتان متساويتان
- زاويتان متداخلتان متكاملتان



## ♦ السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين

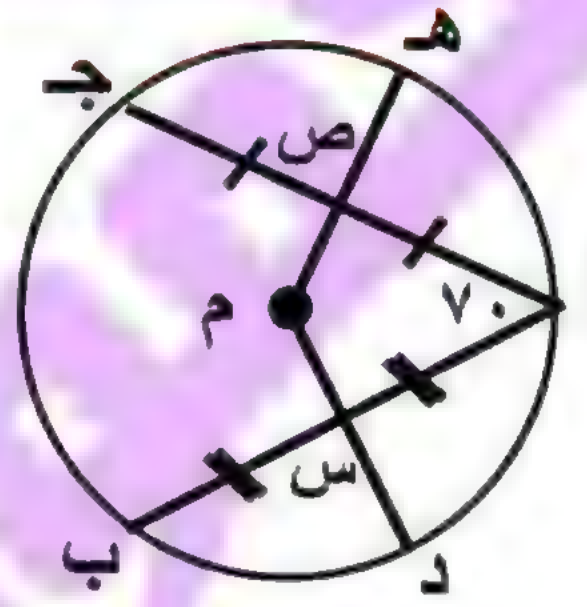
- ① الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة .....  
 (أ) حادة (ب) منفرجة (ج) مستقيمة (د) قائمة
- ② المماس لدائرة طول قطرها ٨ سم يكون على بعد ..... سم من مركزها  
 (أ) ٤ (ب) ٣ (ج) ٨ (د) ٦
- ③ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتين = .....  
 (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤
- ④ إذا كان أ ب ج د شكل رباعي دائري وكان ق (ب) =  $\frac{1}{2}$  ق (د) فإن ق (ب) = .....  
 (أ) ٣٠ (ب) ٦٠ (ج) ٩٠ (د) ١٢٠
- ⑤ إذا كان الشكل أ ب ج د ~ الشكل س ص ع ل فإن ق (ب) = ق (.....)  
 (أ) س (ب) ص (ج) ع (د) ل
- ⑥ في الشكل المقابل: ق (أ ج) = ٥٠، ق (ب د) = ١١٠ فإن ق (هـ) = .....  
 (أ) ٦٠ (ب) ٥٠ (ج) ٤٠ (د) ٣٠



في الشكل المقابل: (ب)

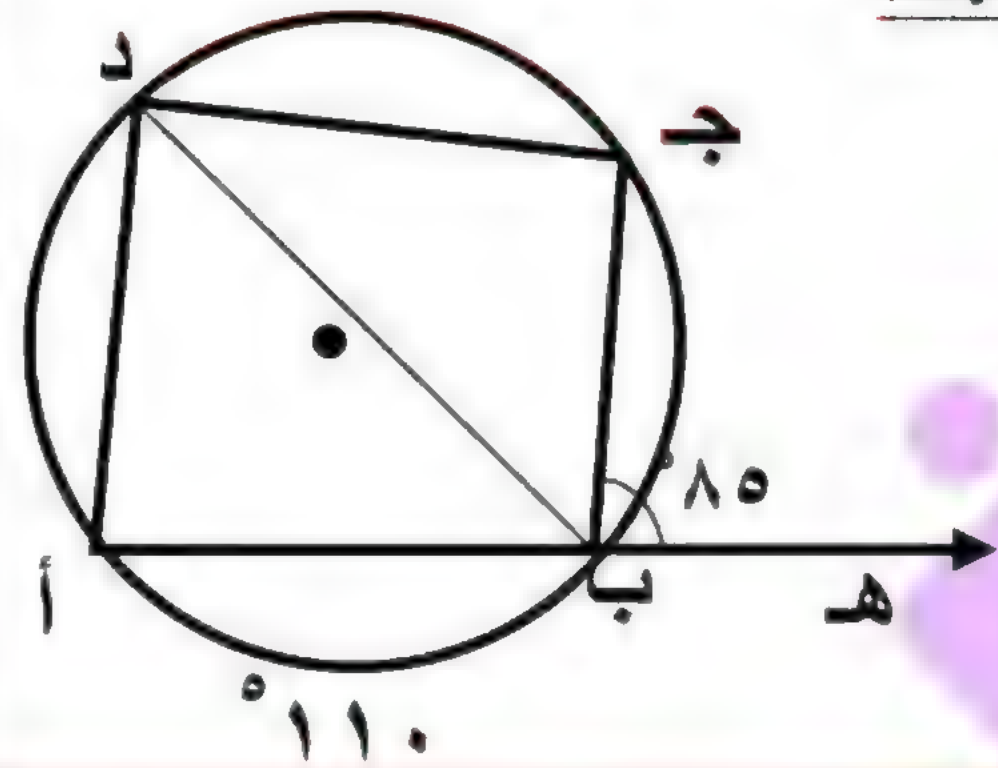
السؤال الثاني

أ ب ، أ ج ، أ هـ مماسات  
 أ ج = ١٥ سم  
 أ هـ = (٣ - ٢) سم  
 أوجد قيمة س



في الشكل المقابل: (أ)

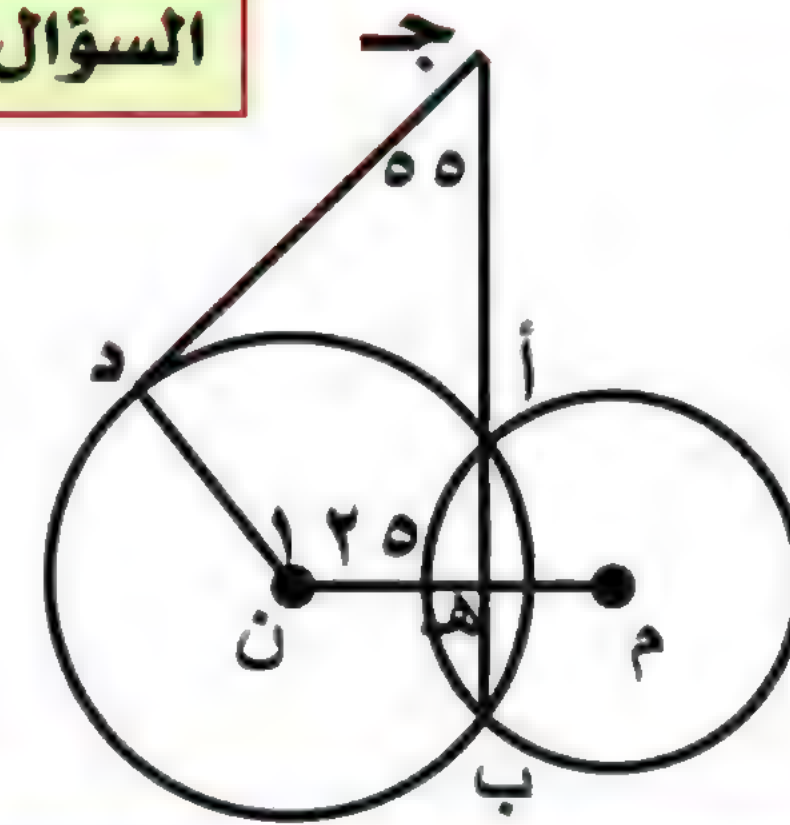
أ ب ، أ ج وتران متساويان في الطول  
 س منتصف أ ب ، ص منتصف أ ج  
 ق (ج أ ب) = ٧٠  
 (١) أوجد ق (د هـ)  
 (٢) اثبت أن س د = ص هـ



في الشكل المقابل: (ب)

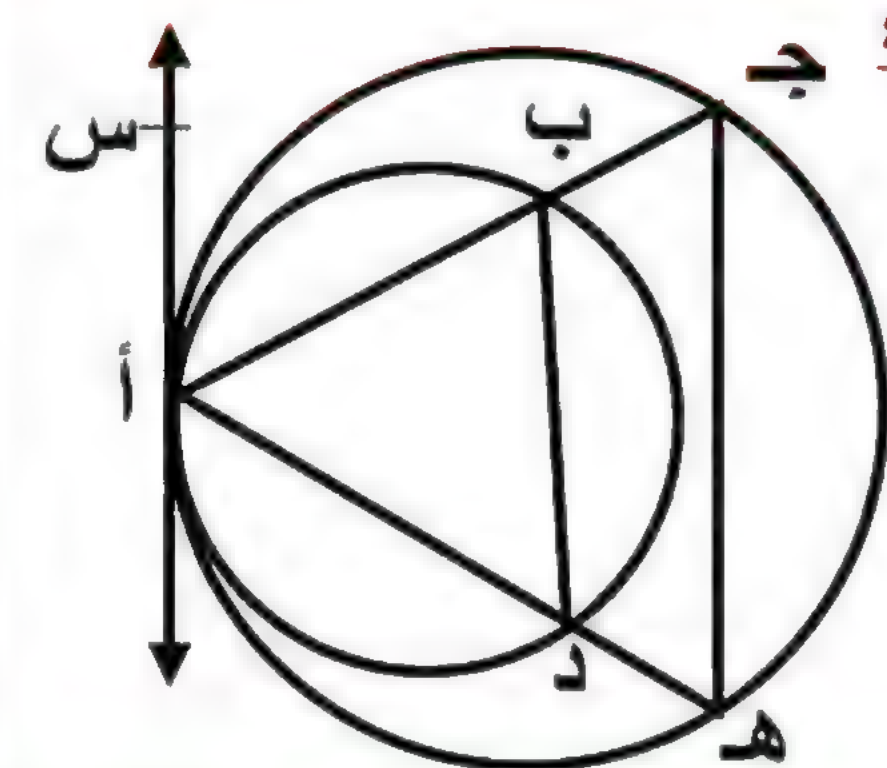
السؤال الثالث

هـ  $\exists$  أ ب ،  
 ق (أ ب) = ١١٠  
 ق (ج ب هـ) = ٨٥  
 أوجد: ق (ب د ج)



في الشكل المقابل: (أ)

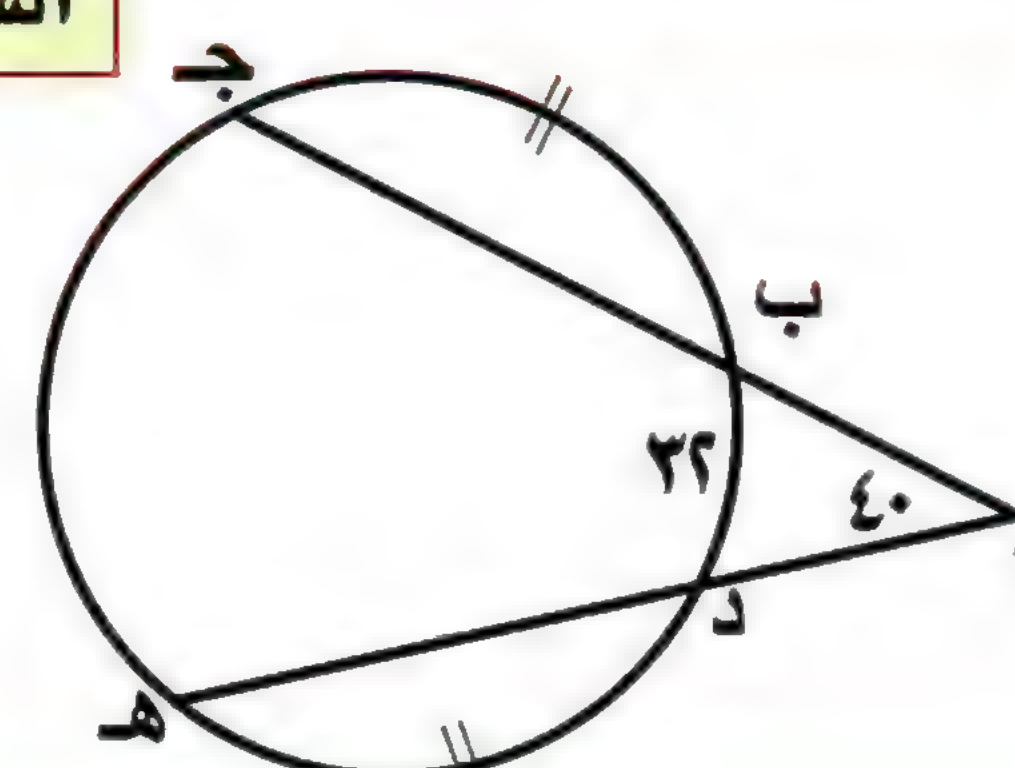
م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب  
 ق (م ن د) = ١٢٥  
 ق (ب ج د) = ٥٥  
 اثبت أن ج د مماس



في الشكل المقابل: (ب)

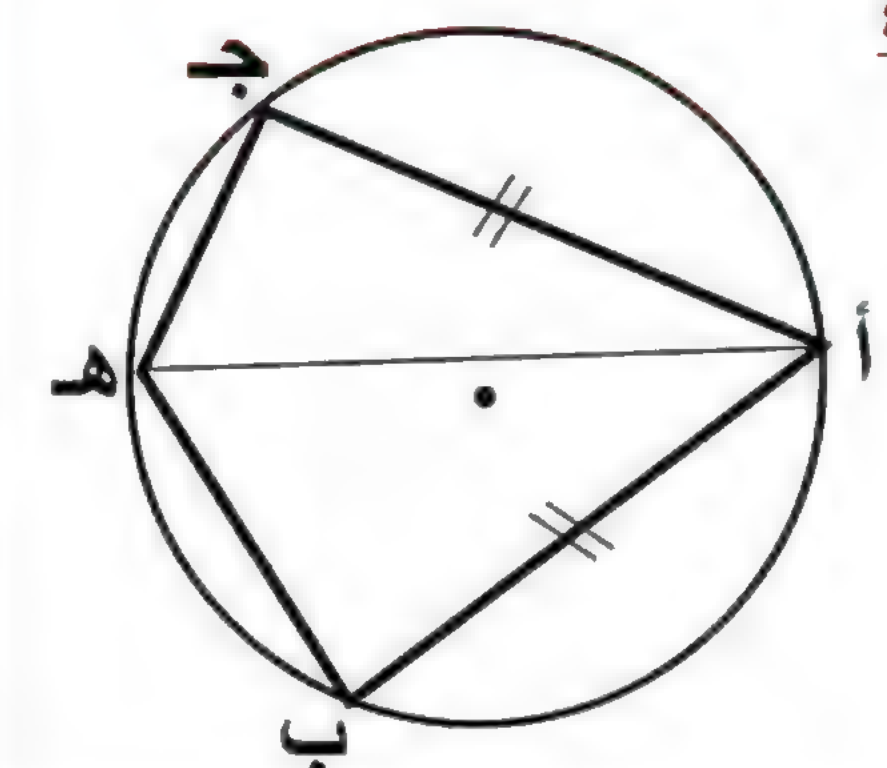
السؤال الرابع

أ س مماس مشترك  
 لدائرتين متماستين  
 اثبت أن: ب د // ج هـ



في الشكل المقابل: (أ)

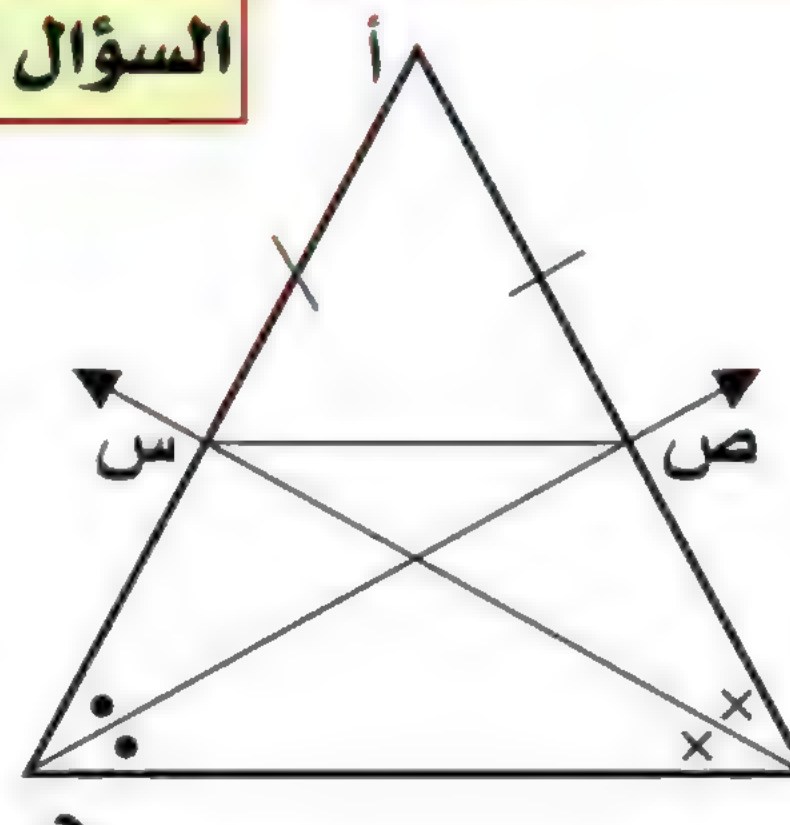
ق (أ) = ٤٠  
 ق (ب د) = ٣٢  
 ق (ب ج) = ق (د هـ)  
 أوجد: (١) ق (ج هـ)  
 (٢) ق (ب ج)



في الشكل المقابل: (ب)

السؤال الخامس

أ ب = أ ج  
 هـ  $\exists$  ب ج  
 اثبت أن:  
 ق (أ هـ ب) = ق (أ هـ ج)



في الشكل المقابل: (أ)

أ ب = أ ج ، ب س ينصف ب  
 ج ص ينصف ج  
 اثبت أن:  
 ١- ب ج س ص رباعي دائري  
 ٢- ص س // ب ج



## ♦ السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين

١ عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة .....

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

٢ إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستين من الداخل وطول نصف قطر أحدهما ٣ سم ، م ن = ٨ سم فإن طول نصف قطر الأخرى = .....

- (أ) ٥ (ب) ٦ (ج) ١١ (د) ١٢

٣ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متحدتا المركز = .....

- (أ) صفر (ب) ٢ (ج) ١ (د) ٣

٤ في الشكل الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين .....

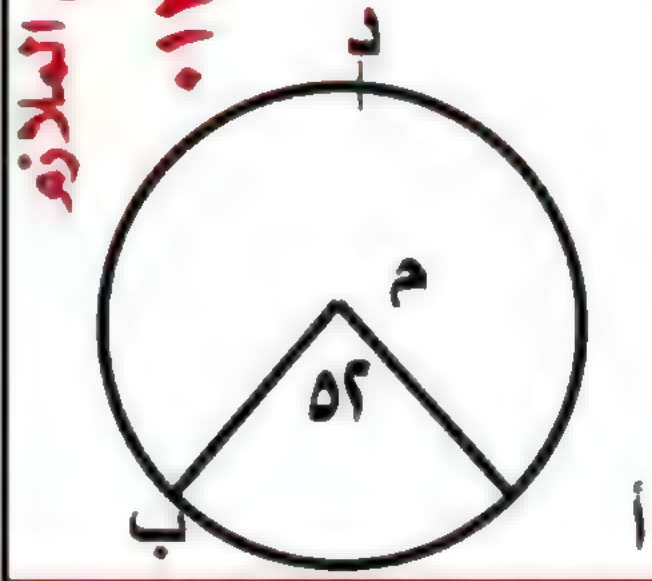
- (أ) متساويتان (ب) متكاملتان (ج) متبادلتان (د) متتامتان

٥ م ، ن دائرتان متقاطعتان وطولاً نصفي قطريهما ٥ سم ، ٢ سم فإن م ن = ٣ .....

- (أ) [٧ ، ٣] (ب) [٧ ، ٣] (ج) [٧ ، ٣] (د) [٧ ، ٣]

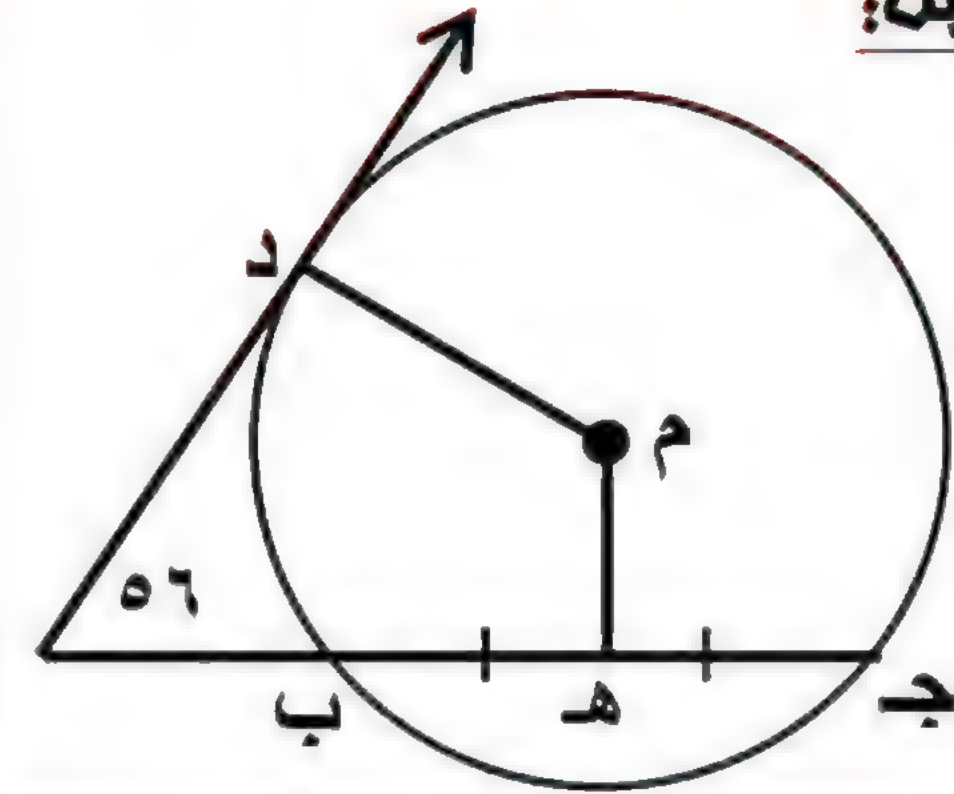
٦ في الشكل المقابل: ق (أ م ب) = ٥٢° فإن ق (أ د ب) = .....

- (أ) ٥٢ (ب) ١٠٤ (ج) ١٢٨ (د) ٣٠٨



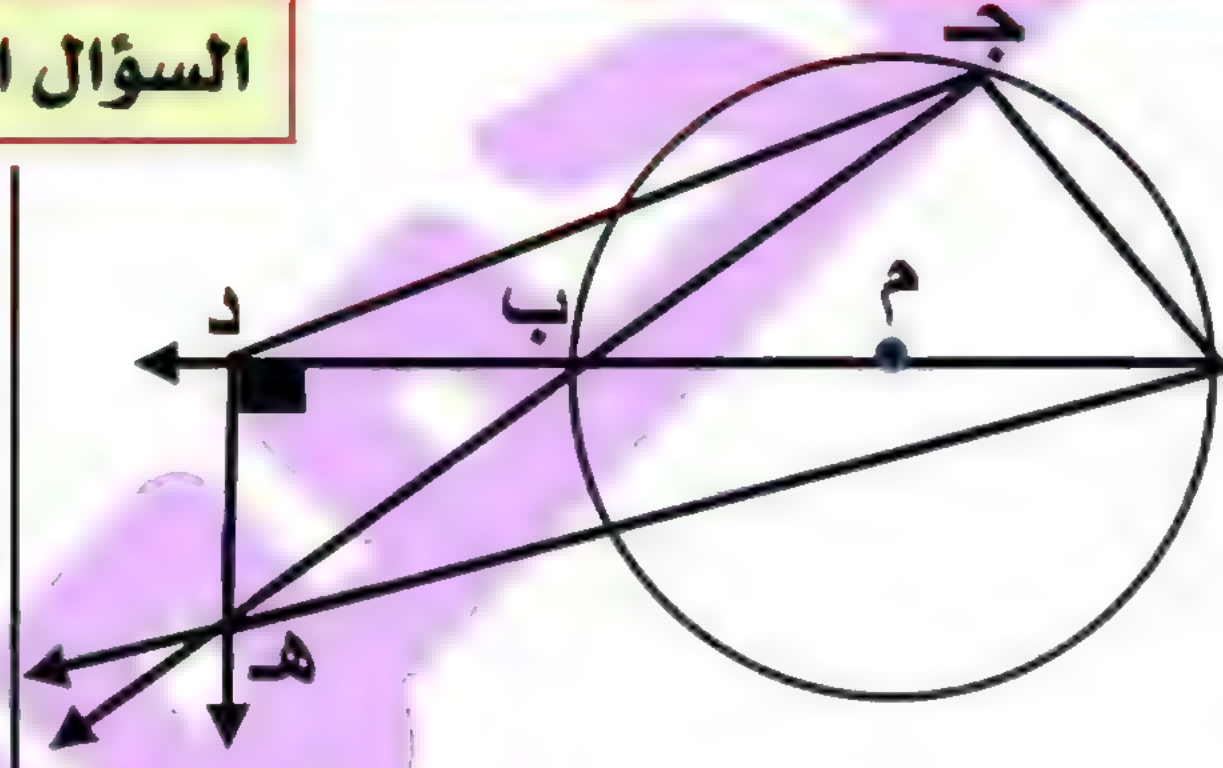
## السؤال الثاني

(ب) في الشكل المقابل:



أ د مماس للدائرة عند د  
هـ منتصف ب ج  
ق (أ) = ٥٦°  
أوجد ق (د م هـ)

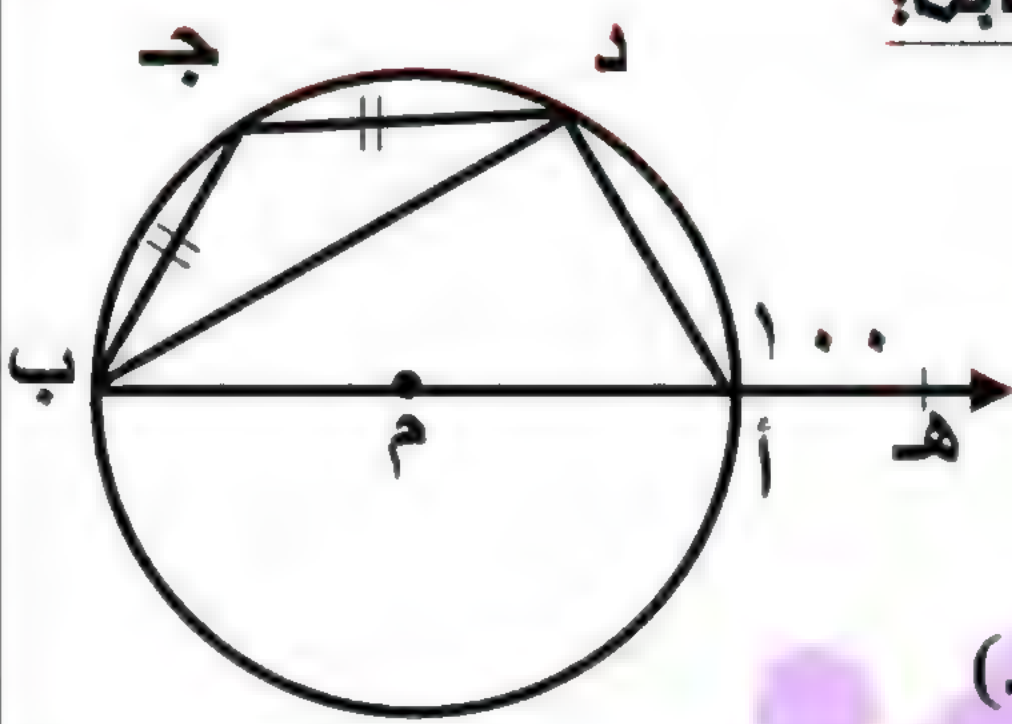
(أ) في الشكل المقابل:



أ ب قطر في الدائرة  
د هـ ⊥ أ ب  
اثبت أن:  
أ ج د هـ رباعي دائري

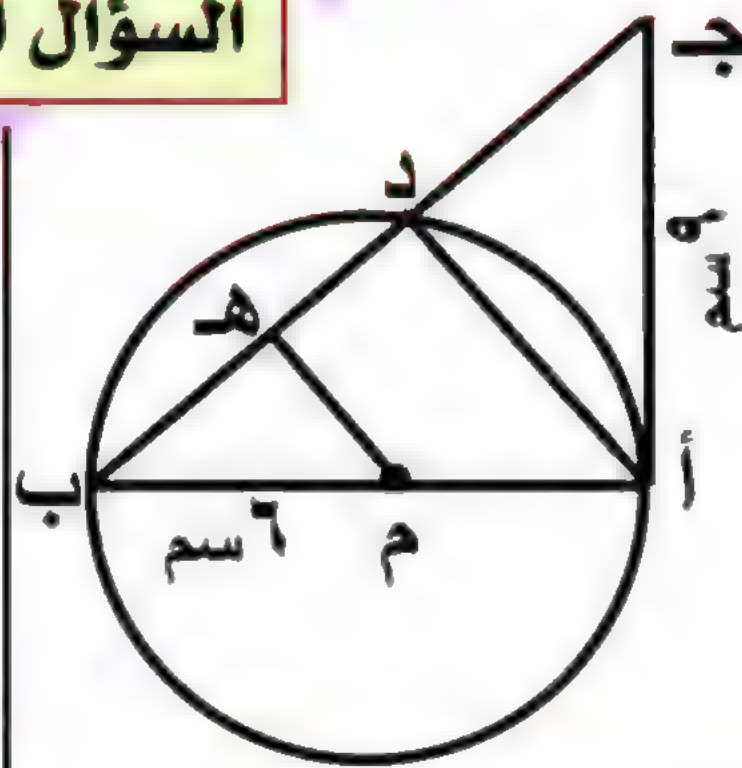
## السؤال الثالث

(ب) في الشكل المقابل:



أ ب قطر في الدائرة م  
ق (د أ هـ) = ١٠٠°  
ج د = ج ب  
أوجد بالخطوات: ق (أ د ج)

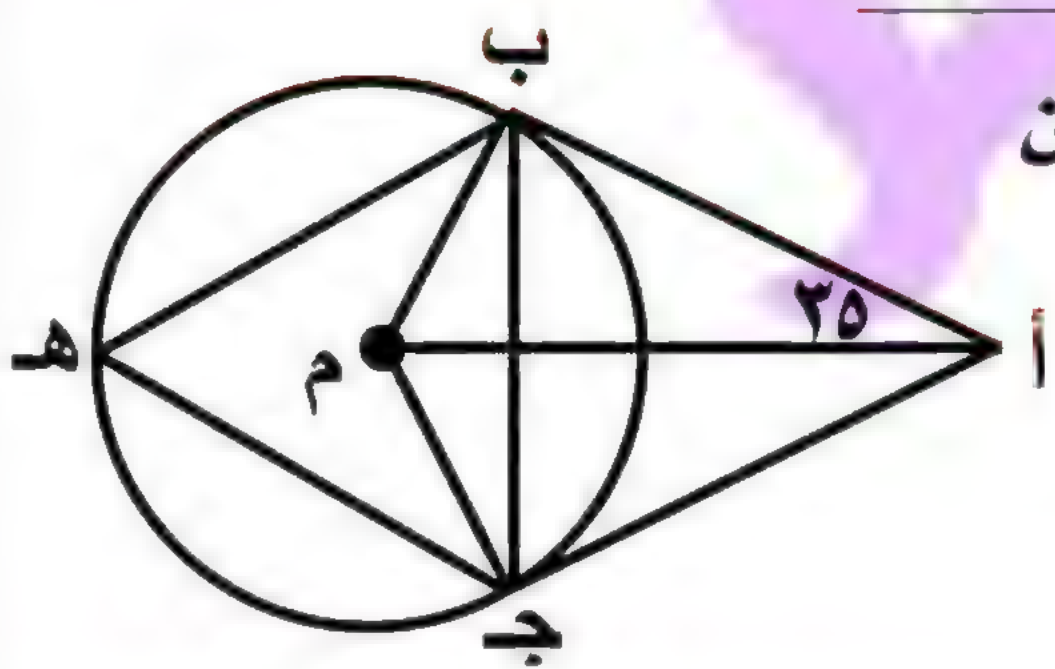
(أ) في الشكل المقابل:



أ ب قطر في الدائرة م ،  
أ ج مماس لها عند أ  
فإذا كان أ ج = ٩ سم ، ب م = ٦ سم  
أوجد طول كل من ب ج ، أ د

## السؤال الرابع

(ب) في الشكل المقابل:

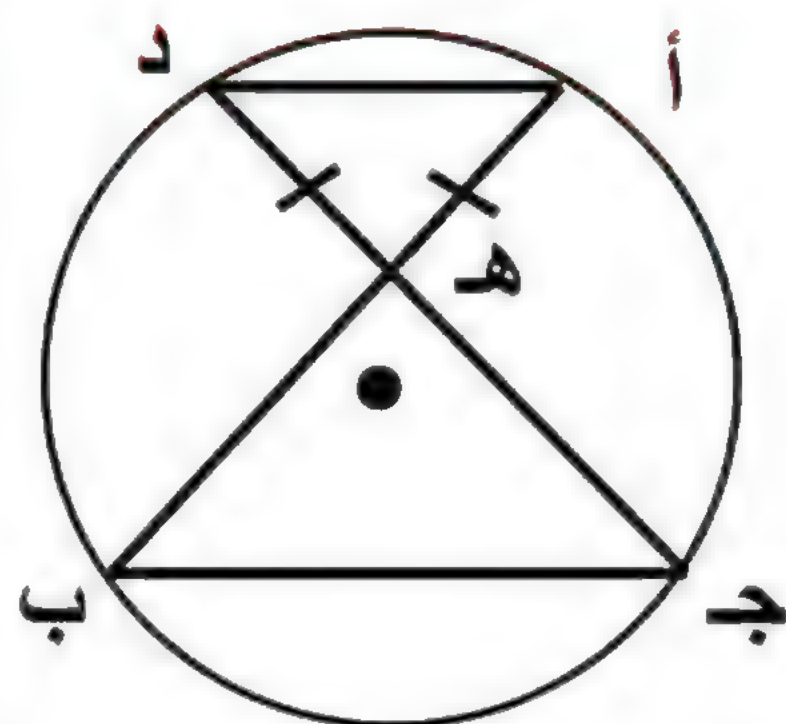


أ ب ، أ ج قطعتان مماستان  
ق (ب أ م) = ٢٥°  
أوجد: (١) ق (ب م ج)  
(٢) ق (ب هـ ج)

أوجد قياس القوس الذي يمثل  $\frac{1}{6}$  الدائرة .  
ثم احسب طول هذا القوس إذا كان طول  
نصف قطر الدائرة ٧ سم .

## السؤال الخامس

(ب) في الشكل المقابل:



أ ب ∩ ج د = { هـ }  
هـ أ = هـ د  
اثبت أن: هـ ب = هـ ج

(أ) في الشكل المقابل:



دائرتان متحدتا المركز م  
أ ب ، ج د مماسان للصغرى  
اثبت أن: أ ب = ج د



## أولاً : اختر الإجابة الصحيحة من بين الخيارات المعطاة

### الوحدة الأولى

١ مساحة نصف الدائرة تساوي .....

- (أ)  $\pi$  ن.م (ب)  $\frac{1}{2} \pi$  ن.م (ج)  $2\pi$  ن.م (د)  $\pi$  ن.م

٢ دائرة مساحتها  $9\pi$  سم<sup>2</sup> ، فإن طول نصف قطرها يساوي ..... «القليوبية 2017»

- (أ) 9 سم (ب) 2 سم (ج) 3 سم (د) 5 سم

٣ دائرة طول نصف قطرها (2 - س) سم ، والمستقيم ل يبعد عن مركزها مسافة (1 + س) سم حيث  $س < 0$  فإن المستقيم ل يكون ..... «الرقهلية 2018»

- (أ) خارج الدائرة (ب) مماساً للدائرة (ج) قاطعاً للدائرة (د) محور تماثل للدائرة

٤ إذا كان  $\overleftrightarrow{AB} \cap$  الدائرة  $\Gamma = \{A, B\}$  ، فإن :  $\overleftrightarrow{AB} \cap$  سطح الدائرة  $\Gamma =$  ..... «الشرقية 2017»

- (أ)  $\{A, B\}$  (ب)  $\overleftrightarrow{AB}$  (ج)  $\overline{AB}$  (د)  $\overleftrightarrow{AB}$

٥ إذا كان  $\overline{AP}$  ،  $\overline{BP}$  نصفي قطرين متعامدين في دائرة  $\Gamma$  وكانت مساحة المثلث  $\triangle APB = 8$  سم<sup>2</sup> ، فإن طول نصف قطر الدائرة يساوي .....

- (أ) 8 سم (ب) 16 سم (ج) 4 سم (د) 2 سم

٦ إذا كان طول قطر دائرة = 8 سم والمستقيم ل يبعد عن مركزها 4 سم فإن المستقيم ل يكون ..... «بورسعيد 2018 ، الغربية 2017»

- (أ) خارج الدائرة (ب) مماساً للدائرة (ج) قاطعاً للدائرة (د) محور تماثل للدائرة

٧  $\Gamma$  ،  $\nu$  دائرتان طولاً نصفي قطريهما 4 سم ، 9 سم ،  $\Gamma = \nu$  5 سم فإن الدائرتين  $\Gamma$  ،  $\nu$  تكونان ..... «الرقهلية 2017»

- (أ) متقاطعتين (ب) متماسكتين من الخارج (ج) متباعدتين (د) متماسكتين من الداخل

٨ دائرة نصف قطرها 5 سم فإن محيطها يساوي ..... «الاسماعيلية 2017»

- (أ)  $5\pi$  سم (ب)  $7\pi$  سم (ج)  $10\pi$  سم (د)  $25\pi$  سم

٩ يمكن رسم دائرة تمر بـ ع و س ..... «المنيا 2019 ، الشرقية 2019»

- (أ) مستطيل (ب) معين (ج) شبه المنحرف القائم (د) متوازي أضلاع

١٠  $\Gamma$  ،  $\nu$  دائرتان متماسكتان من الداخل طولاً نصفي قطريهما 3 سم ، 5 سم فإن  $\Gamma = \nu$  ..... «بني سويف 2017»

- (أ) 2 سم (ب) 3 سم (ج) 5 سم (د) 8 سم

١١ لا يمكن رسم دائرة تمر بـ ع و س ..... «بني سويف 2017»

- (أ) مثلث (ب) معين (ج) مربع (د) مستطيل

١٢ إذا كان المستقيم ل مماساً للدائرة  $\Gamma$  التي طول قطرها 8 سم فإنه يبعد عن مركزها ..... «سوهاج 2019 ، القليوبية 2018»

- (أ) 3 سم (ب) 4 سم (ج) 5 سم (د) 6 سم





١٣ الوتر المار بمركز الدائرة يسمى ..... «اسيوط 2017»

- ① قطرًا      ② نصف قطر      ③ مماسًا      ④ قاطعًا

١٤ أكبر الأوتار طولاً في الدائرة يسمى ..... «جنوب سيناء 2017»

- ① قطرًا      ② نصف قطر      ③ مماسًا      ④ قاطعًا

١٥ القطعة المستقيمة التي طرفيها نقطتين على الدائرة تسمى .....

- ① قطرًا      ② نصف قطر      ③ مماسًا      ④ وترًا

١٦  $\hat{C}$  ،  $\hat{D}$  دائرتان متماستان من الداخل و طول نصف قطر إحداها ٣ سم ،  $\hat{C}$   $\hat{D}$  = ٨ سم

فإن طول نصف قطر الدائرة الأخرى = ..... «الجيزة 2017 ، الغربية 2016»

- ① ٥ سم      ② ٦ سم      ③ ١١ سم      ④ ١٢ سم

١٧  $\hat{C}$  ،  $\hat{D}$  دائرتان متقاطعتين و طولا نصفي قطريهما ٥ سم ، ٢ سم ، فإن :  $\hat{C}$   $\hat{D}$  ..... «القليوبية 2019 ، المنوفية 2018»

- ①  $[7, 3]$       ②  $[7, 3[$       ③  $]7, 3[$       ④  $[7, 3[$

١٨  $\hat{C}$  ،  $\hat{D}$  دائرتان متماستان و طولا نصفي قطريهما ٥ سم ، ٨ سم ، فإن :  $\hat{C}$   $\hat{D}$  ..... «الدقهلية 2016»

- ①  $[13, 3]$       ②  $]13, 3[$       ③  $[13, 3[$       ④  $\{13, 3\}$

١٩ دائرة محيطها  $6\pi$  سم والمستقيم ل يبعد عن مركزها ٣ سم فإن المستقيم ل يكون .....

- ① مماسًا للدائرة      ② قاطعًا للدائرة      ③ خارج الدائرة      ④ محور تماثل للدائرة

٢٠ إذا كان طول قطر دائرة ٨ سم ، المستقيم ل يبعد عن مركزها ٤ سم ، فإن المستقيم ل

- ① مماسًا للدائرة      ② قاطعًا للدائرة      ③ خارج الدائرة      ④ محور تماثل للدائرة

٢١ إذا كان المستقيم ل خارج الدائرة التي مركزها نقطة الأصل  $\hat{C}(0, 0)$  و طول نصف قطرها ٣ سم و كان المستقيم ليبعد عن مركزها مسافة  $s$  سم فإن  $s$  ..... «الغربية 2016»

- ①  $]3, \infty[$       ②  $]3, \infty[$       ③  $]3, \infty[$       ④  $]3, \infty[$

٢٢ إذا كان المستقيم ل يبعد عن مركز الدائرة  $\hat{C}$  مسافة  $s$  حيث  $s \in ]0, \infty[$  ، فإن المستقيم ل

- ① يمس الدائرة      ② يقطع الدائرة      ③ يقع خارج الدائرة      ④ يمر بمركز الدائرة

٢٣ دائرة محيطها  $18\pi$  سم ، فإن طول نصف قطرها = ..... «اسيوط 2019»

- ① ٧ سم      ② ٩ سم      ③ ٣ سم      ④ ٦ سم

٢٤ إذا كانت الدائرة  $\hat{C} \cap$  الدائرة  $\hat{D} = \{A, B\}$  ، فإن الدائرتين  $\hat{C}$  ،  $\hat{D}$  تكونان .....

- ① متباعدتان      ② متحدثي المركز      ③ متداخلتان      ④ تقاطعتان

٢٥  $\hat{C}$  ،  $\hat{D}$  دائرتان متماستان من الخارج و طول نصف قطر إحداها ٤ سم ،  $\hat{C}$   $\hat{D}$  = ٦ سم

فإن طول نصف قطر الدائرة الأخرى = ..... «شمال سيناء 2017»

- ① ٦ سم      ② ١٠ سم      ③ ٢ سم      ④ ٤ سم

٢٦ محور التماثل للوتر المشترك  $\overline{AB}$  لدائرتين متقاطعتين  $\hat{C}$  ،  $\hat{D}$  هو ..... «بني سويف 2019»

- ①  $\overleftrightarrow{CD}$       ②  $\overleftrightarrow{CD}$       ③  $\overleftrightarrow{CD}$       ④  $\overleftrightarrow{CD}$





٣٧ دائرتان  $\Gamma$  ،  $\nu$  طولاً نصفى قطريهما ٢ سم ، ٥ سم فإذا كانت الدائرتان متباعدتين فإن  $\Gamma \nu \Rightarrow$

- (أ)  $] \infty , 7 [$  (ب)  $] \infty , 7 [$  (ج)  $] \infty , 3 [$  (د)  $] \infty , 3 [$

٣٨ مراكز الدوائر التي تمر بالنقطتين  $P$  ،  $B$  تقع جميعاً على ..... «الدقهلية 2017»

- (أ) محور تماثل  $\overline{AP}$  (ب)  $\overline{AP}$  (ج) العمود المقام على  $\overline{AP}$  (د) العمود على  $\overline{AP}$  من  $B$

٣٩ إذا كان  $P$  ،  $B$  نقطتين فى المستوى بحيث  $P = 4$  سم فإن طول نصف قطر أصغر دائرة تمر بالنقطتين  $P$  ،  $B =$

- (أ) ٢ سم (ب) ٣ سم (ج) ٤ سم (د) ٨ سم

٤٠ إذا كان  $P$  ،  $B$  نقطتين فى المستوى بحيث  $P = 7$  سم فإن طول نصف قطر أصغر دائرة تمر بالنقطتين  $P$  ،  $B =$

- (أ) ٣ سم (ب) ٣,٥ سم (ج) ٧ سم (د) ١٤ سم «قنا 2019»

٤١ إذا كانت  $\overline{AP}$  قطعة مستقيمة ، فإن عدد الدوائر التي يمكن رسمها و تمر بالنقطتين  $P$  ،  $B$  يساوى ..... «القليوبية 2016»

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) عدد لا نهائي

٤٢ عدد محاور تماثل دائرتين متطابقتين و متماستين من الخارج يساوى ..... «الدقهلية 2016»

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) عدد لا نهائي

٤٣ إحدى الحالات الآتية تعين دائرة وحيدة هي إذا علم ..... «الدقهلية 2016»

- (أ) نقطتان منها (ب) إحدى نقطتها (ج) مركزها وإحدى نقطتها (د) نصف قطرها وإحدى نقطتها

٤٤ مساحة القطاع الدائرى الذى يمثل ربع الدائرة الذى طول قطرها ١٤ سم تساوى

- (أ) ١١ سم<sup>٢</sup> (ب) ٤٤ سم<sup>٢</sup> (ج) ٢٥ سم<sup>٢</sup> (د) ١٤ سم<sup>٢</sup>

٤٥ إذا كانت  $\Gamma$  دائرة طول قطرها ١٤ سم ،  $P$  نقطة فى مستويها ،  $P = (2 - 3)$  ، فإذا كانت  $P$  تقع على الدائرة

، فإن :  $s =$  ..... «القليوبية 2017»

- (أ) ٥ (ب) ٣ (ج) ٢ (د) ١

٤٦ وتر طوله ٨ سم مرسوم داخل دائرة طول قطرها ١٠ سم ، فإنه يبعد عن المركز ..... «الغربية 2018»

- (أ) ٢ سم (ب) ٣ سم (ج) ٤ سم (د) ٦ سم

٤٧ إذا كان المستقيم  $L$  مماساً للدائرة طول قطرها ١٠ سم ، فإنه يبعد عن مركزها ..... «دمياط 2019»

- (أ) ٣ سم (ب) ٥ سم (ج) ٦ سم (د) ١٠ سم

٤٨ إذا كانت  $\Gamma$  دائرة طول قطرها  $١٢$  ،  $P$  نقطة فى مستويها ،  $P = \frac{3}{4}$  نو- فإن  $P$  .....

- (أ) تقع على الدائرة (ب) تقع داخل الدائرة (ج) تقع خارج الدائرة (د) مركز الدائرة

٤٩ عدد محاور تماثل الدائرة يساوى ..... «دمياط 2019 ، اسوان 2018»

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) عدد لا نهائي

٥٠ دائرة طول أكبر وتر فيها يساوى ١٢ سم فإن محيطها يساوى ..... «الشرقية 2018»

- (أ)  $12\pi$  سم (ب)  $6\pi$  سم (ج)  $24\pi$  سم (د)  $10\pi$  سم

٥١ المماسان المرسومان من نهايتى قطر فى دائرة ..... «الغربية 2018 ، الشرقية 2017»

- (أ) متوازيان (ب) متقاطعان (ج) متعامدان (د) منطبقان





٤٢ عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة يساوى ..... «الأقصر 2017»

- ١ (ب) ٢ (د) ٣ (د) صفر (ا)

٤٣ مركز الدائرة الداخلة للمثلث هو نقطة تقاطع ..... «الدقهلية 2018 ، قنا 2018»

- ١ (ا) متوسطاته ٢ (ب) ارتفاعاته ٣ (د) منصفات زواياه ٤ (د) محاور تماثل أضلاعه

٤٤ ٣ ، ٧ دائرتان طولاً نصفى قطريهما ٦ سم ، ٨ سم ، ٣ = ١٤ سم فإن الدائرتين ٣ ، ٧ تكونان ..... «الدقهلية 2019»

- ١ (ا) متقاطعتين ٢ (ب) متماسكتين من الخارج ٣ (د) متباعدتين ٤ (د) متماسكتين من الداخل

٤٥ ٣ ، ٧ دائرتان متماسكتان من الداخل و طولاً نصفى قطريهما ٧ سم ، ١٠ سم ، فإن : ٣ = ٧ ..... «دمياط 2019»

- ١ (ا) ٣ سم ٢ (ب) ١٧ سم ٣ (د) ٧ سم ٤ (د) ١٠ سم

٤٦ ٣ ، ٧ دائرتان متماسكتان من الداخل و طولاً نصفى قطريهما ٥ سم ، ٧ سم ، ٥ < ٧ ، فإن : ٣ = ٧ سم

، فإن : ٧ = ..... «المنيا 2018»

- ١ (ا) ٢ سم ٢ (ب) ٦ سم ٣ (د) ٨ سم ٤ (د) ٩ سم

٤٧ طول نصف قطر الدائرة مركزها نقطة الأصل (٠، ٠) وتمر بالنقطة (٤، -٣) يساوى ..... «الفيوم 2018»

- ١ (ا) ٧ سم ٢ (ب) ٣ سم ٣ (د) ٤ سم ٤ (د) ٥ سم

### الوحدة الثانية

١ فى الشكل الرباعى الدائرى كل زاويتين متقابلتين ..... «بني سويف 2019 ، قنا 2016»

- ١ (ا) متتامتين ٢ (ب) مبادلتين ٣ (د) متكاملتين ٤ (د) متساويتين فى القياس

٢ الزاوية المحيطية التى تقابل قوساً أصغر فى الدائرة تكون ..... «السيوط 2017 ، قنا 2016»

- ١ (ا) حادة ٢ (ب) منفرجة ٣ (د) قائمة ٤ (د) منعكسة

٣ ١ ، ٢ مماسان للدائرة ٣ عند ٢ ، ١ ، فإن : ١ = ٢

- ١ (ا) يطابق ٢ (ب) يوازى ٣ (د) عمودى على ٤ (د) يقطع

٤ النسبة بين قياس الزاويتين المحيطية و المركزية المشتركة معاً فى القوس تساوى

- ١ (ا) ١ : ١ ٢ (ب) ٢ : ٤ ٣ (د) ٤ : ٢ ٤ (د) ٢ : ١

٥ النسبة بين قياس الزاوية المماسية و قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها فى نفس القوس تساوى ..... «قنا 2018»

- ١ (ا) ١ : ٢ ٢ (ب) ٢ : ١ ٣ (د) ١ : ١ ٤ (د) ٥ : ٢

٦ إذا كان ١ ، ٢ ح ك شكل رباعى دائرى فيه ١ = ٢ = ١/٣ و (١ ، ٢) ، فإن : ١ = (٢ ، ١)

- ١ (ا) ٣٠° ٢ (ب) ٤٥° ٣ (د) ٩٠° ٤ (د) ١٣٥°

٧ قياس الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة يساوى ..... «المنيا 2019 ، مطروح 2018 ، الدقهلية 2019»

- ١ (ا) ١٨٠° ٢ (ب) ٤٥° ٣ (د) ٩٠° ٤ (د) ١٠٠°

٨ قياس القوس الذى يمثل ربع الدائرة يساوى ..... «المنوفية 2018»

- ١ (ا) ١٨٠° ٢ (ب) ٦٠° ٣ (د) ٩٠° ٤ (د) ١٢٠°

٩ قياس القوس الذى يمثل ثلث الدائرة يساوى ..... «بني سويف 2017 ، المنيا 2016»

- ١ (ا) ١٨٠° ٢ (ب) ١٢٠° ٣ (د) ٩٠° ٤ (د) ٦٠°





١٠ قياس الزاوية المحيطية التي تحصر قوسًا قياسه يساوى ربع قياس الدائرة يساوى

- ٣٠° (أ) ١٣٥° (ب) ٤٥° (ج) ٩٠° (د)

١١ قياس الزاوية المحيطية المرسومة فى ربع دائرة يساوى

- ٣٠° (أ) ١٣٥° (ب) ٤٥° (ج) ٩٠° (د)

١٢ يكون الشكل رباعيًا دائريًا إذا وجدت زاوية خارجة عند أى رأس من رؤوسه قياسها ..... قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة لها

- يساوى (أ) ضعف (ب) نصف (ج) ثلث (د)

١٣ طول القوس الذي يمثل ثلث الدائرة التي طول نصف قطرها ٦ سم يساوى

- ١٢π سم (أ) ٦π سم (ب) ٤π سم (ج) ٣π سم (د)

١٤ طول القوس الذي يمثل ربع محيط الدائرة يساوى «القليوبية 2016»

- ٢π نو (أ) ١/٢ π نو (ب) ٤π نو (ج) ٣π نو (د)

١٥ قياس القوس الذي طوله يساوى ٢,٥ π سم فى دائرة طول قطرها ١٠ سم يساوى

- ٤٥° (أ) ٩٠° (ب) ١٨٠° (ج) ٢٧٠° (د)

١٦ عدد المماسات التي يمكن رسمها من نقطة تقع على الدائرة تساوى «البحيرة 2017»

- ١ (أ) ٢ (ب) ٤ (ج) عدد لا نهائي (د)

١٧ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الخارج يساوى «الشرقية 2019»

- ٢ (أ) ٣ (ب) ٤ (ج) عدد لا نهائي (د)

١٨ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الداخل يساوى «الرقهلية 2019»

- صفر (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د)

١٩ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متقاطعتين يساوى

- ١ (أ) ٢ (ب) ٣ (ج) عدد لا نهائي (د)

٢٠ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتين يساوى «اسوان 2018 ، البحيرة 2017»

- ١ (أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د)

٢١ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متحدتي المركز يساوى «الرقهلية 2018»

- صفر (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د)

٢٢ مجموع قياسى الزاويتين المتقابلتين فى الشكل الرباعى الدائرى «جنوب سيناء 2017»

- ٩٠° (أ) ١٨٠° (ب) ٣٦٠° (ج) ١٢٠° (د)

٢٣ قياس الزاوية المركزية قياس القوس المحصور بين ضلعيها «القليوبية 2016»

- نصف (أ) ضعف (ب) يساوى (ج) ربع (د)

٢٤ أ ب ح د هـ ز سداسى منتظم مرسوم داخل الدائرة ف ، فإن : و ( ب ح ) =

- ٩٠° (أ) ١٢٠° (ب) ٦٠° (ج) ٣٠° (د)

٢٥ قياس القوس الذي طوله ٢٢ سم و المرسوم فى دائرة طول نصف قطرها ١٤ سم =

- ٦٠° (أ) ٩٠° (ب) ١٢٠° (ج) ١٨٠° (د)





٣٦ إذا كان قياس الزاوية المماسية يساوى  $70^\circ$  فإن قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس يساوى ..... «القليوبية 2016»

- ٣٥ (أ)  $35^\circ$  (ب)  $70^\circ$  (ج)  $140^\circ$  (د)  $105^\circ$

٣٧ الزاوية المماسية هى زاوية محصورة بين .....

- وترين (أ) مماسين (ب) وتر ومماس (ج) وتر وقطر (د)

٣٨ قياس الزاوية المحيطية ..... قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس «القااهرة 2019 ، الجيزة 2017»

- نصف (أ) ضعف (ب) يساوي (ج) ربع (د)

٣٩ الزاوية المحيطية التى تقابل قوسًا أكبر من نصف الدائرة تكون ..... «الوادي الجديد 2018»

- حادّة (أ) منفرجة (ب) قائمة (ج) منعكسة (د)

٤٠ أ ب ح د شكل رباعى دائرى فيه :  $\widehat{ق} = 110^\circ$  ، فإن :  $\widehat{د} =$  ..... «البحيرة 2019 ، المنيا 2018»

- ٣٥ (أ)  $35^\circ$  (ب)  $70^\circ$  (ج)  $110^\circ$  (د)  $20^\circ$

٤١ أ ب ح د شكل رباعى دائرى فيه :  $\widehat{ق} = 110^\circ + 2 \widehat{د}$  ، فإن :  $\widehat{د} =$  .....

- ١٣٠ (أ)  $130^\circ$  (ب)  $100^\circ$  (ج)  $80^\circ$  (د)  $60^\circ$

٤٢ أ ب ح د شكل رباعى دائرى فيه :  $\widehat{ق} = 110^\circ$  ، فإن :  $\widehat{د} =$  ..... «الرقهلية 2019 ، الاسماعيلية 2018»

- ٣٠ (أ)  $30^\circ$  (ب)  $60^\circ$  (ج)  $90^\circ$  (د)  $120^\circ$

٤٣ أ ب ح د شكل رباعى دائرى فيه :  $\widehat{ق} = 110^\circ$  ، فإن :  $\widehat{د} =$  .....

- ٧٠ (أ)  $70^\circ$  (ب)  $140^\circ$  (ج)  $110^\circ$  (د)  $35^\circ$

٤٤ القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج دائرة تكونان

- (أ) متساويتين فى الطول (ب) غير متساويتين فى الطول (ج) متعامدتين (د) متوازيتين

٤٥ أيًا من الأشكال الآتية يسمى رباعيًا دائريًا ؟ «الاسماعيلية 2019»

- المربع (أ) المعين (ب) متوازي الأضلاع (ج) شبه المنحرف (د)

٤٦ إذا كانت : أ ب ح د مثلث مرسوم داخل الدائرة  $\Gamma$  ،  $\widehat{ق} = 110^\circ$  ، فإن :  $\widehat{د} =$  .....

- ٣٠ (أ)  $30^\circ$  (ب)  $60^\circ$  (ج)  $120^\circ$  (د)  $90^\circ$

٤٧ أ ب قطر فى الدائرة  $\Gamma$  ،  $\widehat{ق} \equiv \widehat{د}$  بحيث  $\widehat{ق} : \widehat{د} = 2 : 7$  ، فإن :  $\widehat{د} =$  .....

- ٢٠ (أ)  $20^\circ$  (ب)  $40^\circ$  (ج)  $140^\circ$  (د)  $70^\circ$

٤٨ أ ب ح د مربع مرسوم داخل الدائرة  $\Gamma$  ، طول  $\widehat{د} = 15\pi$  سم ، فإن : مساحة المربع تساوي .....

- ٣٦٠٠ سم<sup>٢</sup> (أ)  $3600 \text{ سم}^2$  (ب)  $1800 \text{ سم}^2$  (ج)  $900 \text{ سم}^2$  (د)  $450 \text{ سم}^2$

٤٩ أ ب ح د مثلث متساوي الأضلاع مرسوم داخل الدائرة  $\Gamma$  ، فإن : طول القوس  $\widehat{د}$  الأكبر يساوي .....

- $\frac{4}{3}\pi$  نو سم<sup>٢</sup> (أ)  $\frac{2}{3}\pi$  نو سم<sup>٢</sup> (ب)  $\frac{1}{3}\pi$  نو سم<sup>٢</sup> (ج)  $\frac{3}{4}\pi$  نو سم<sup>٢</sup> (د)

٥٠ أ ب ح د وتران فى الدائرة  $\Gamma$  متقاطعان فى نقطة ه ،  $\widehat{ق} + \widehat{د} = 130^\circ$  ، فإن :  $\widehat{د} =$  .....

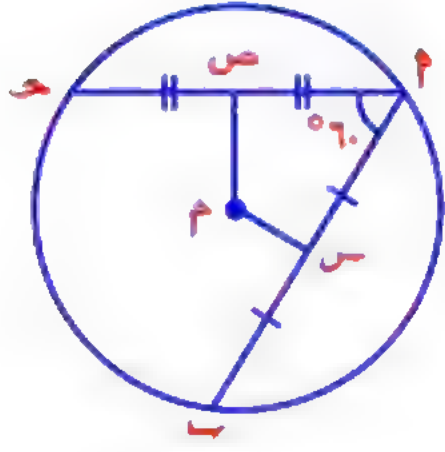
- ١٣٠ (أ)  $130^\circ$  (ب)  $65^\circ$  (ج)  $260^\circ$  (د)  $60^\circ$





## الوحدة الأولى

## ١ في الشكل المقابل :



س ، ص منتصفات  $\overline{AB}$  ،  $\overline{AC}$  على الترتيب ،  $\angle B = 60^\circ$  ،  
فإن :  $\angle C = ( \quad \text{سم} \quad ) =$

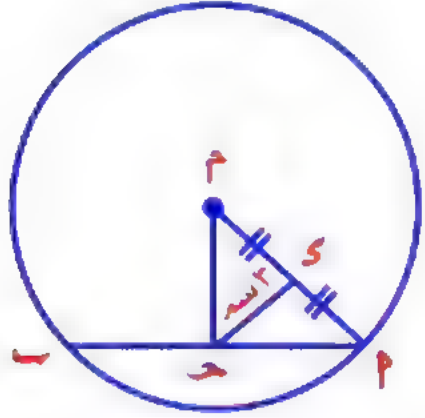
ب)  $120^\circ$

ا)  $60^\circ$

د)  $90^\circ$

ج)  $30^\circ$

## ٢ في الشكل المقابل : « الغربية 2019 ، الشرقية 2017 »



إذا كان :  $\angle C = 3^\circ$  سم ،  $\overline{AC} \perp \overline{AB}$  ،  $\overline{AM}$  منتصف  $\overline{AB}$  ، فإن مساحة سطح الدائرة =

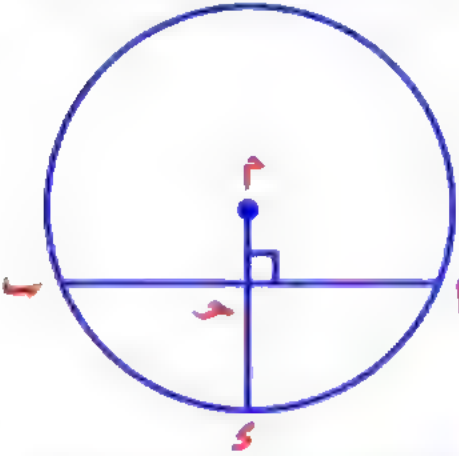
ب)  $6\pi \text{ سم}^2$

ا)  $3\pi \text{ سم}^2$

د)  $36\pi \text{ سم}^2$

ج)  $9\pi \text{ سم}^2$

## ٣ في الشكل المقابل : « الوادي الجديد 2018 »



دائرة  $\overline{AM}$  طول نصف قطرها 13 سم ،  $\overline{AB} = 24$  سم ، فإن :  $\angle C =$  ..... سم

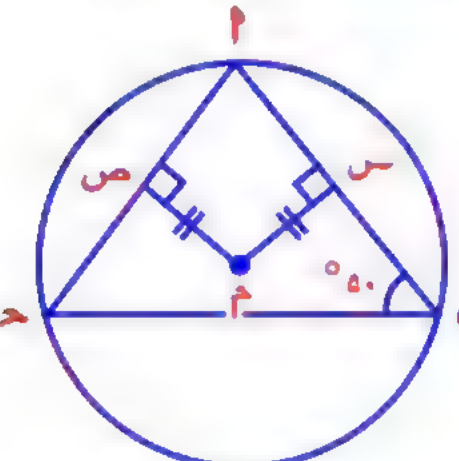
ب) 12

ا) 6,5

د) 10

ج) 8

## ٤ في الشكل المقابل : « الغربية 2017 »



$\angle C = \angle S =$  ص ،  $\overline{AB} \parallel \overline{AC}$  ،  $\angle B = 50^\circ$  ، فإن :  $\angle C = ( \quad \text{سم} \quad ) =$

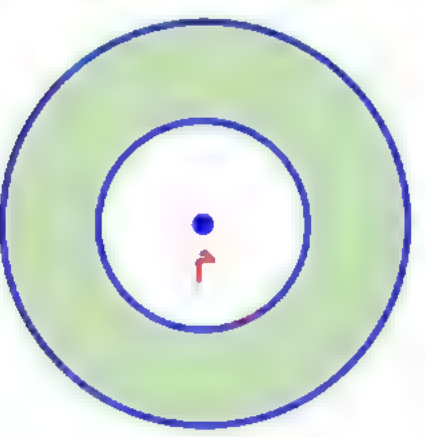
ب)  $60^\circ$

ا)  $50^\circ$

د)  $80^\circ$

ج)  $70^\circ$

## ٥ في الشكل المقابل :



دائرتان متحدتا المركز م ، طولاً نصفى قطريهما 7 سم ، 14 سم على الترتيب

، فإن مساحة الشكل المظلل = ..... سم<sup>2</sup> ، حيث  $\frac{22}{7} = \pi$

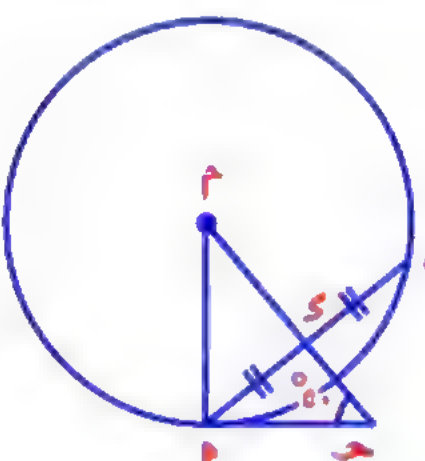
ب) 412

ا) 350

د) 530

ج) 462

## ٦ في الشكل المقابل :



$\overline{AC}$  مماساً للدائرة عند P ،  $\overline{AM}$  منتصف  $\overline{AB}$  ،  $\angle B = 50^\circ$  ، فإن :  $\angle C = ( \quad \text{سم} \quad ) =$

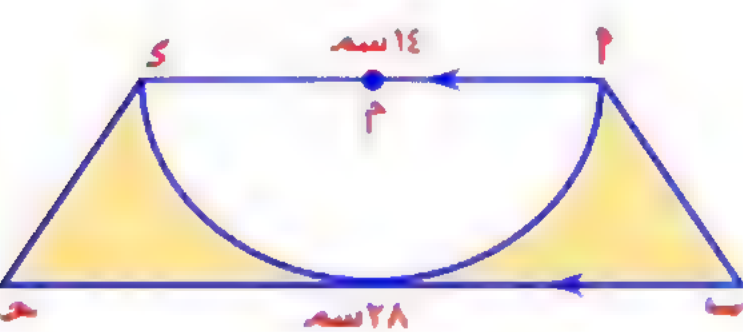
ب)  $45^\circ$

ا)  $40^\circ$

د)  $50^\circ$

ج)  $90^\circ$

## ٧ في الشكل المقابل : « دمياط 2016 »



$\overline{AB}$   $\overline{AC}$  شبه منحرف فيه ،  $\overline{AP} = 14$  سم ،  $\overline{AB} = 28$  سم

، فإن : مساحة الشكل المظلل =

ب)  $45^\circ$

ا)  $40^\circ$

د)  $50^\circ$

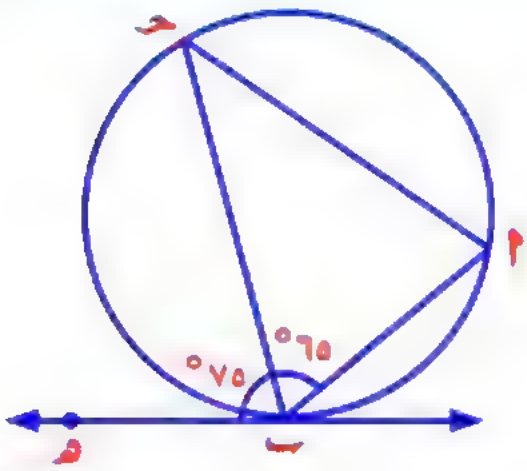
ج)  $90^\circ$





## الوحدة الثانية

## ١ في الشكل المقابل : « الغربية 2016 »



و (أ ب ح) =  $65^\circ$  ، و (أ ه ب ح) =  $75^\circ$  ، فإن : و (أ ب ح) =

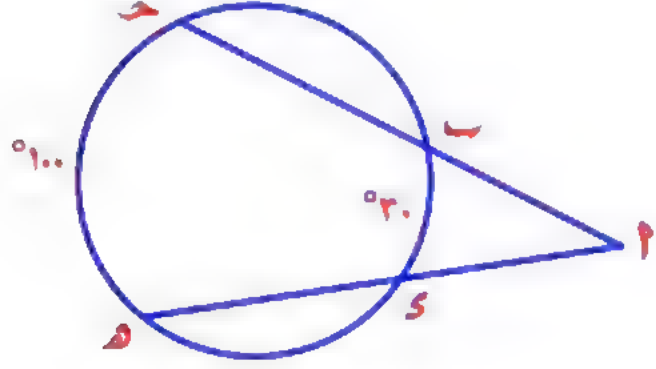
ب  $40^\circ$

أ  $20^\circ$

د  $80^\circ$

ج  $50^\circ$

## ٢ في الشكل المقابل : « الغربية 2016 »



و (أ ه ب ح) =  $100^\circ$  ، و (أ ب ح) =  $30^\circ$  ، فإن : و (أ ب ح) =

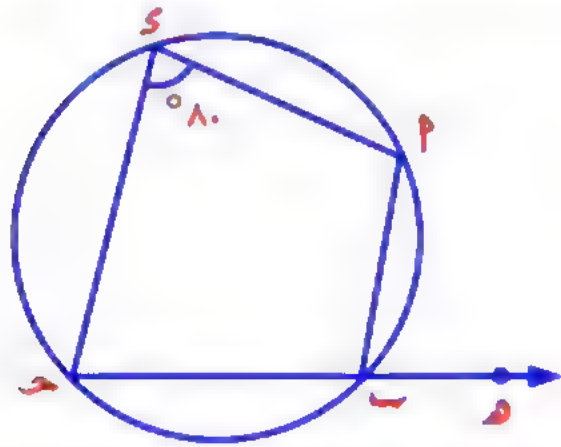
ب  $65^\circ$

أ  $70^\circ$

د  $35^\circ$

ج  $60^\circ$

## ٣ في الشكل المقابل : « المنيا 2016 ، شمال سيناء 2017 »



إذا كان : و (أ ب ح) =  $80^\circ$  ، فإن : و (أ ب ح) =

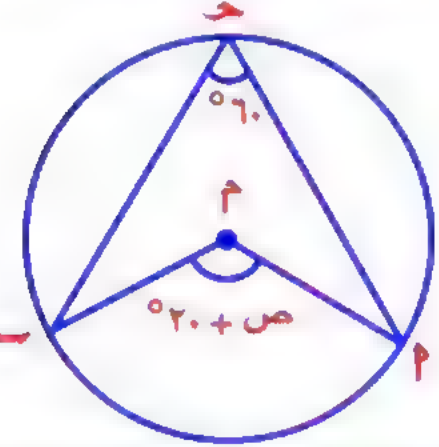
ب  $80^\circ$

أ  $10^\circ$

د  $100^\circ$

ج  $60^\circ$

## ٤ في الشكل المقابل : « الاسماعيلية 2016 »



إذا كان : و (أ ب ح) =  $60^\circ$  ، و (أ ب ح) =  $(ص + 20^\circ)$  ، فإن : و (أ ب ح) =

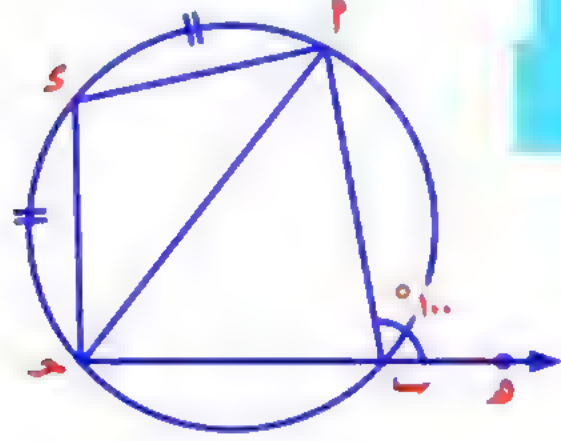
ب  $40^\circ$

أ  $30^\circ$

د  $100^\circ$

ج  $80^\circ$

## ٥ في الشكل المقابل : « الاسماعيلية 2016 »



إذا كان : و (أ ب ح) =  $100^\circ$  ، و (أ ب ح) =  $(ص + 20^\circ)$  ، فإن : و (أ ب ح) =

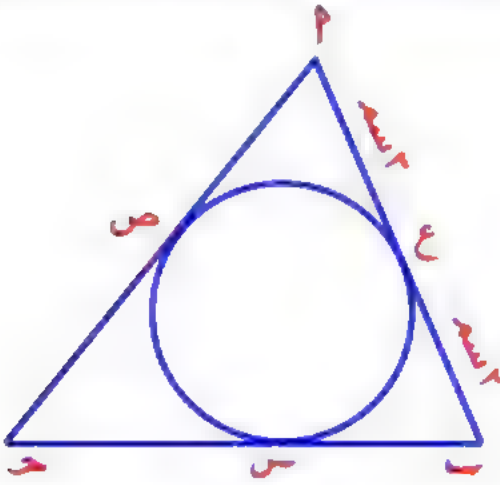
ب  $80^\circ$

أ  $100^\circ$

د  $30^\circ$

ج  $40^\circ$

## ٦ في الشكل المقابل : « اسيوط 2016 »



إذا كان : و (أ ب ح) =  $8^\circ$  سم ، و (أ ب ح) =  $3^\circ$  سم ، و (أ ب ح) =  $2^\circ$  سم ، فإن : و (أ ب ح) =

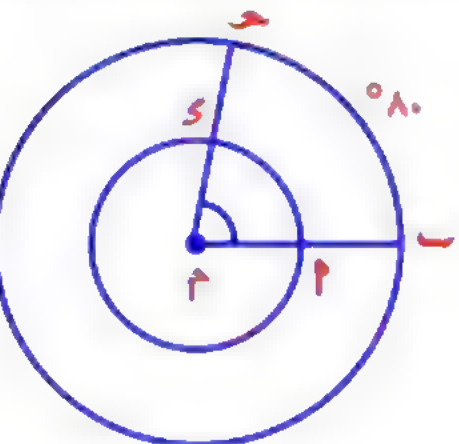
ب  $7^\circ$  سم

أ  $5^\circ$  سم

د  $13^\circ$  سم

ج  $10^\circ$  سم

## ٧ في الشكل المقابل : « الشرقية 2016 »



دائرتان متحدتا المركز O ، و (أ ب ح) =  $80^\circ$  ، فإن : و (أ ب ح) =

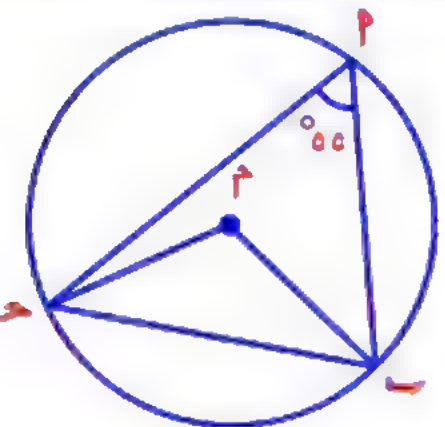
ب  $40^\circ$

أ  $80^\circ$

د  $160^\circ$

ج  $20^\circ$

## ٨ في الشكل المقابل : « الدقهلية 2016 »



إذا كان : و (أ ب ح) =  $55^\circ$  ، فإن : و (أ ب ح) =

ب  $55^\circ$

أ  $110^\circ$

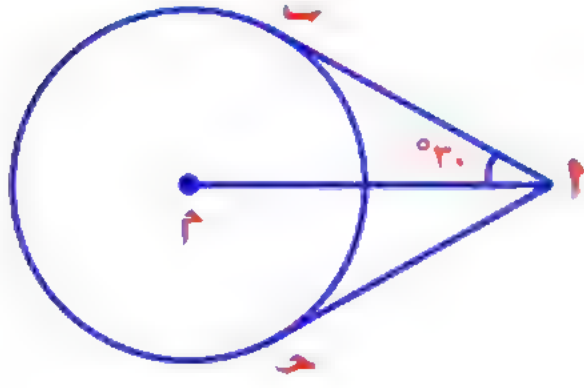
د  $25^\circ$

ج  $35^\circ$





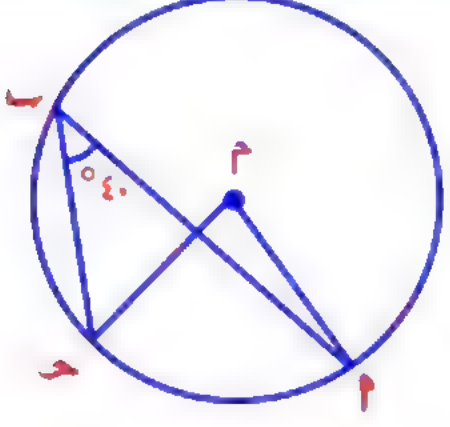
## ٩ في الشكل المقابل : « البحر الأحمر 2016 »



أ ب ، أ ح قطعان مماستان للدائرة م التي طول نصف قطرها ٤ سم ، و ( ب م د ) =  $30^\circ$   
فإن : أ ب = .....

- (أ) ٨ سم  
(ب)  $8\sqrt{3}$  سم  
(ج)  $4\sqrt{3}$  سم  
(د)  $2\sqrt{3}$  سم

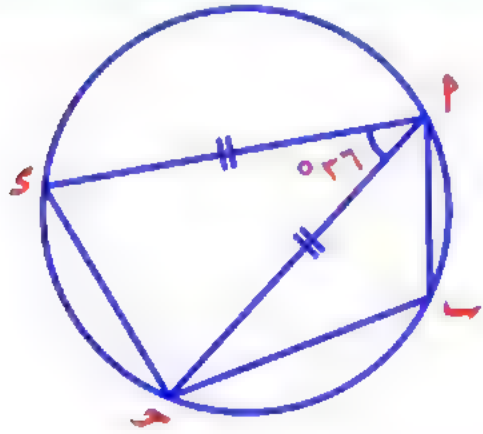
## ١٠ في الشكل المقابل : « الاسماعيلية 2016 »



إذا كان : و ( ب م د ) =  $40^\circ$  ، فإن : و ( ب م د ) = .....

- (أ)  $20^\circ$   
(ب)  $40^\circ$   
(ج)  $80^\circ$   
(د)  $140^\circ$

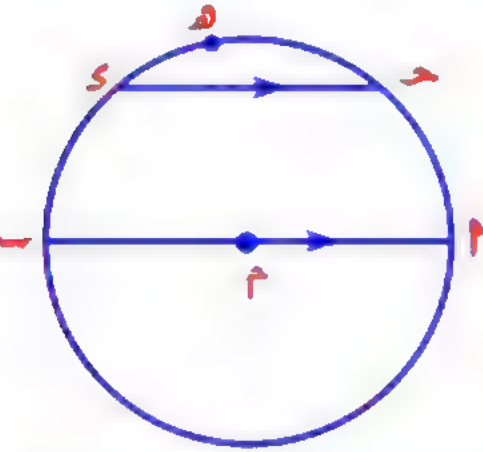
## ١١ في الشكل المقابل : « الأقصر 2019 »



إذا كان : و ( ب م د ) =  $36^\circ$  ، فإن : و ( ب م د ) = .....

- (أ)  $140^\circ$   
(ب)  $108^\circ$   
(ج)  $70^\circ$   
(د)  $40^\circ$

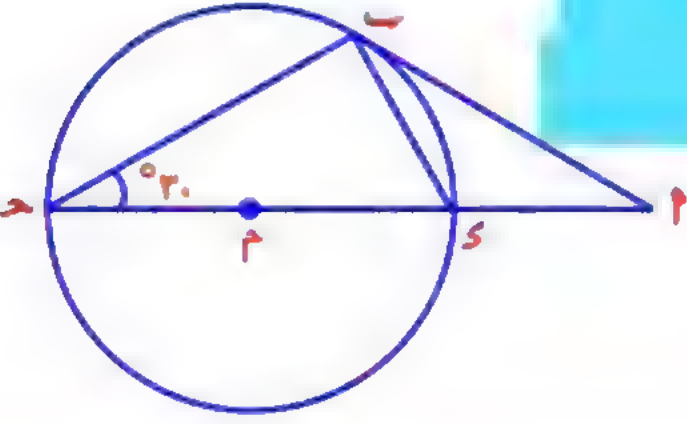
## ١٢ في الشكل المقابل : « الشرقية 2018 »



أ ب قطر في الدائرة م ، أ ب // ح د ، و ( ح ه د ) =  $80^\circ$  ، فإن : و ( ب م د ) = .....

- (أ)  $40^\circ$   
(ب)  $50^\circ$   
(ج)  $80^\circ$   
(د)  $100^\circ$

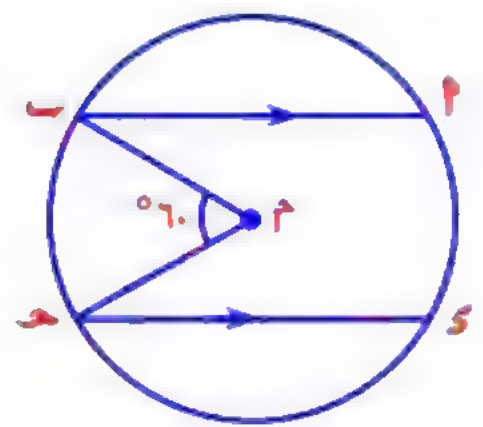
## ١٣ في الشكل المقابل : « الغربية 2017 »



أ ب قطر في الدائرة م ، و ( ب م د ) =  $30^\circ$  ، فإن : و ( ب م د ) = .....

- (أ)  $120^\circ$   
(ب)  $110^\circ$   
(ج)  $90^\circ$   
(د)  $30^\circ$

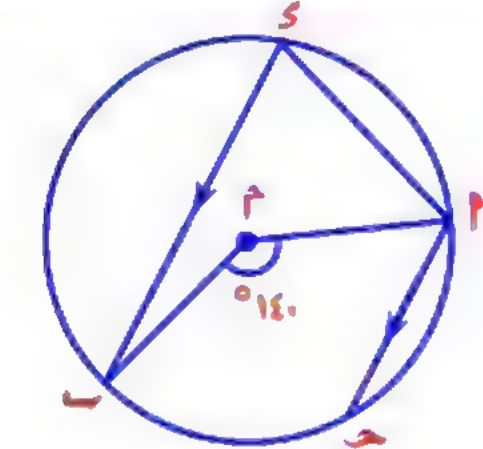
## ١٤ في الشكل المقابل : « اسوان 2019 »



م دائرة ، أ ب // ح د ، و ( ب م د ) =  $60^\circ$  ، فإن : و ( ب م د ) = .....

- (أ)  $30^\circ$   
(ب)  $60^\circ$   
(ج)  $90^\circ$   
(د)  $120^\circ$

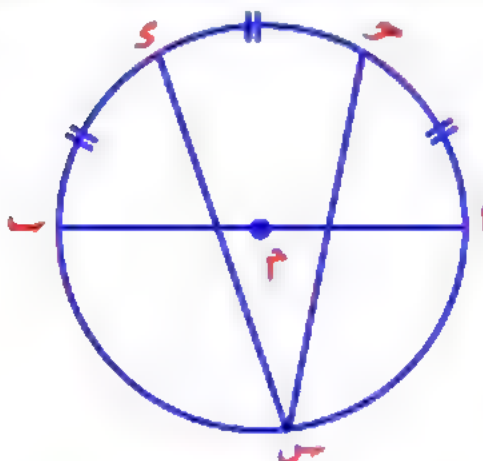
## ١٥ في الشكل المقابل : « كفر الشيخ 2018 »



أ ب // ح د ، و ( ب م د ) =  $140^\circ$  ، فإن : و ( ب م د ) = .....

- (أ)  $70^\circ$   
(ب)  $110^\circ$   
(ج)  $140^\circ$   
(د)  $220^\circ$

## ١٦ في الشكل المقابل : « كفر الشيخ 2018 »



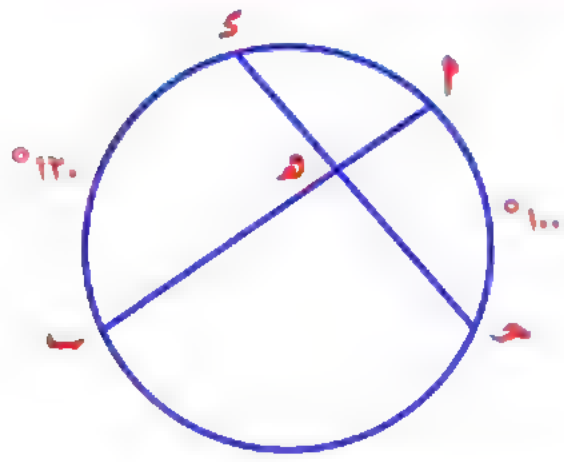
أ ب قطر في الدائرة م ، و ( ب م د ) = ( ح د ) = ( ب م د ) ، فإن : و ( ب م د ) = .....

- (أ)  $15^\circ$   
(ب)  $30^\circ$   
(ج)  $45^\circ$   
(د)  $60^\circ$





## ١٧ في الشكل المقابل : « الشرقية 2019 »

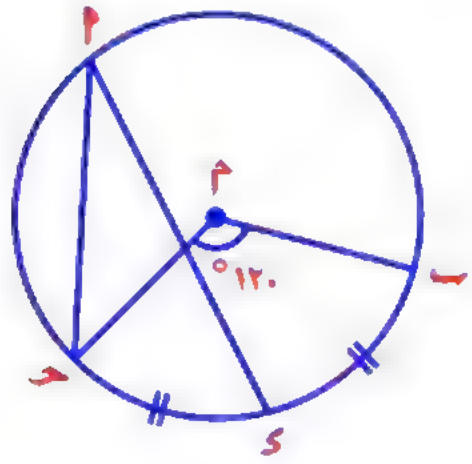


إذا كان :  $\widehat{AC} = 100^\circ$  ،  $\widehat{BD} = 120^\circ$  ، فإن :  $\angle CEG =$  \_\_\_\_\_

أ)  $110^\circ$       ب)  $55^\circ$

ج)  $70^\circ$       د)  $100^\circ$

## ١٨ في الشكل المقابل :

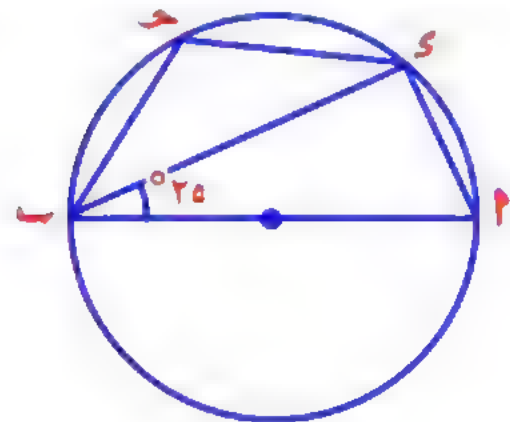


إذا كانت :  $\widehat{AC}$  منتصف  $\widehat{BD}$  ،  $\widehat{BD} = 120^\circ$  ، فإن :  $\angle CEG =$  \_\_\_\_\_

أ)  $15^\circ$       ب)  $30^\circ$

ج)  $45^\circ$       د)  $60^\circ$

## ١٩ في الشكل المقابل : « الأقصر 2017 »

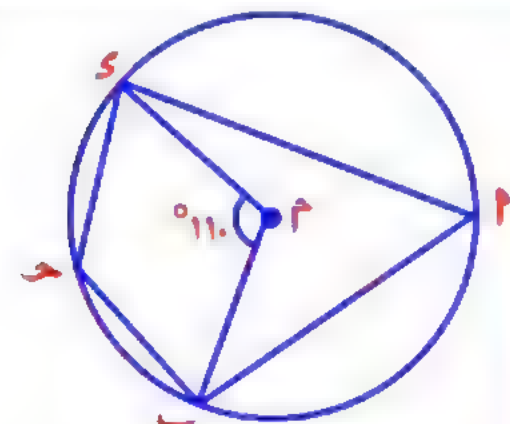


$\overline{AB}$  قطر في الدائرة  $\Gamma$  ،  $\widehat{ACD} = 25^\circ$  ،  $\widehat{BD}$  ، فإن :  $\angle CEG =$  \_\_\_\_\_

أ)  $50^\circ$       ب)  $100^\circ$

ج)  $115^\circ$       د)  $125^\circ$

## ٢٠ في الشكل المقابل : « الغربية 2017 »

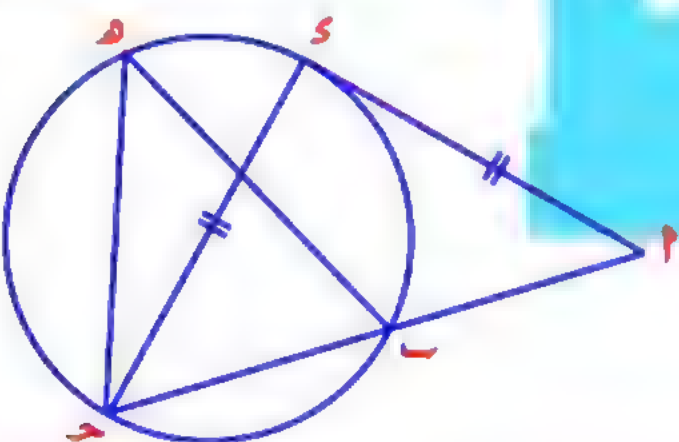


إذا كان :  $\widehat{ACD} = 110^\circ$  ، فإن :  $\angle CEG =$  \_\_\_\_\_

أ)  $70^\circ$       ب)  $110^\circ$

ج)  $125^\circ$       د)  $55^\circ$

## ٢١ في الشكل المقابل :

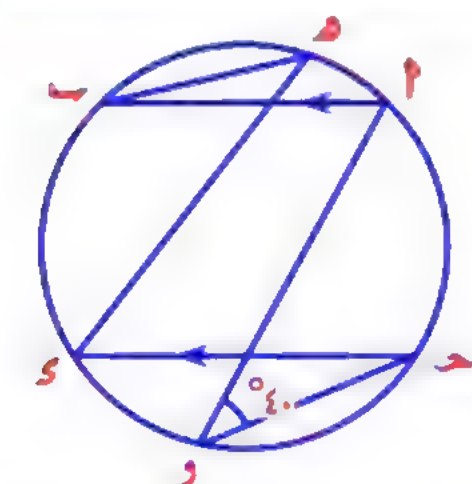


$\overline{AB}$  قطر في الدائرة  $\Gamma$  ،  $\overline{AC}$  مماساً لها عند  $C$  ،  $\overline{BD}$  مماساً لها عند  $D$  ، فإن :  $\angle CEG =$  \_\_\_\_\_

أ)  $60^\circ$       ب)  $90^\circ$

ج)  $45^\circ$       د)  $30^\circ$

## ٢٢ في الشكل المقابل : « الشرقية 2017 »

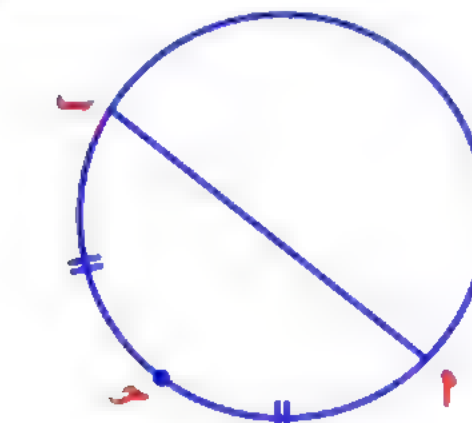


إذا كان :  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  ،  $\widehat{ACD} = 40^\circ$  ، فإن :  $\angle CEG =$  \_\_\_\_\_

أ)  $50^\circ$       ب)  $40^\circ$

ج)  $30^\circ$       د)  $45^\circ$

## ٢٣ في الشكل المقابل : « الجيزة 2017 »

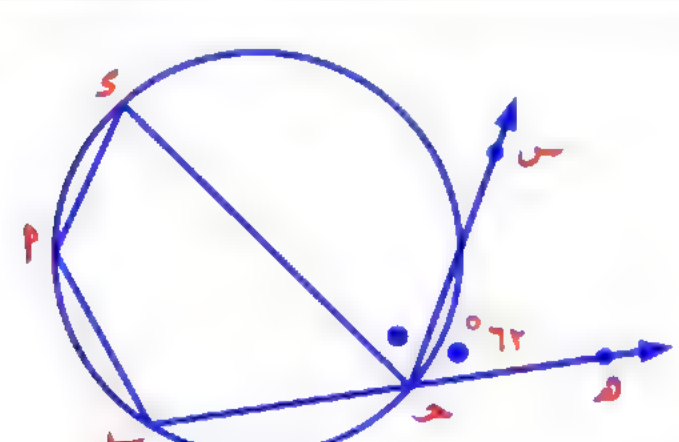


إذا كانت :  $\widehat{AC}$  منتصف  $\widehat{BD}$  ، فإن :  $\angle CEG =$  \_\_\_\_\_

أ)  $>$       ب)  $<$

ج)  $\geq$       د)  $=$

## ٢٤ في الشكل المقابل : « الجيزة 2017 »



إذا كانت :  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  ،  $\widehat{ACD} = 62^\circ$  ، فإن :  $\angle CEG =$  \_\_\_\_\_

أ)  $62^\circ$       ب)  $128^\circ$

ج)  $56^\circ$       د)  $124^\circ$





## ٢٥ في الشكل المقابل : « الجيزة 2019 »

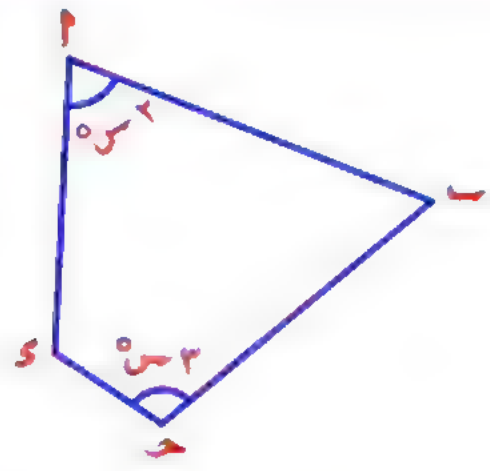
إذا كان :  $\widehat{AB} = 2س$  ،  $\widehat{AC} = 3س$  ، فإن قيمة  $س =$  .....

ب ٣٠°

ا ٢٠°

د ٣٦°

ج ٣٢°



## ٢٦ في الشكل المقابل : « الغربية 2017 »

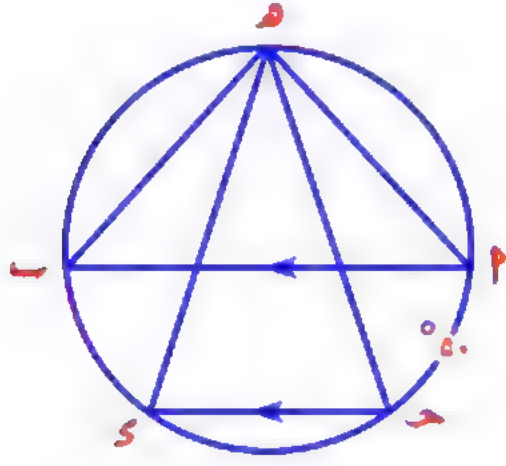
$\widehat{AB} \parallel \widehat{CD}$  ،  $\widehat{AC} = 60^\circ$  ،  $\widehat{AD} = (3س + 5)^\circ$  ، فإن :  $س =$  .....

ب ١٠°

ا ٥°

د ٢٥°

ج ١٥°



## ٢٧ في الشكل المقابل : « الدقهلية 2017 »

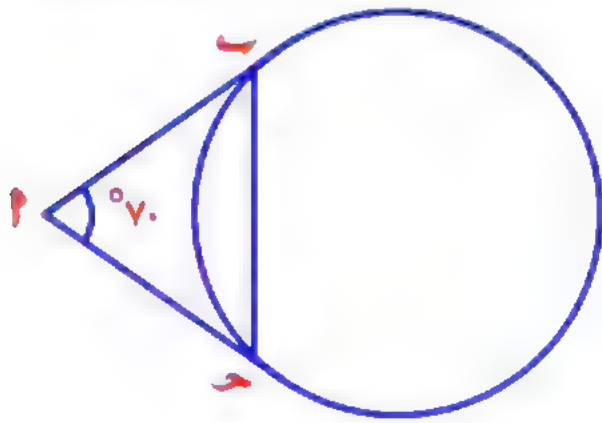
إذا كان :  $\widehat{AB}$  ،  $\widehat{AC}$  مماسان للدائرة عند ب ، ح ،  $\widehat{AD} = 70^\circ$  ، فإن :  $\widehat{BC}$  الأصغر = .....

ب ١١٠°

ا ١٨٠°

د ١٠٠°

ج ٩٠°



## ٢٨ في الشكل المقابل :

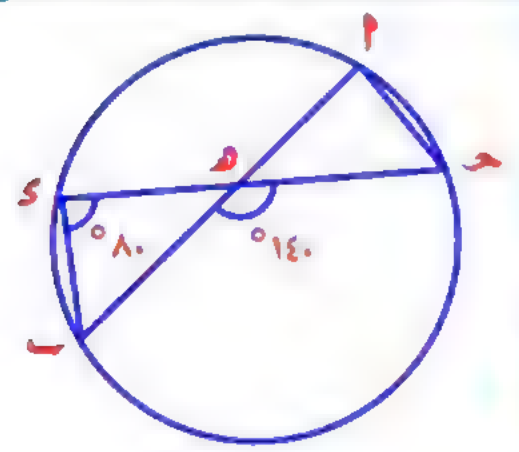
$\widehat{AB} \cap \widehat{CD} = \{H\}$  ،  $\widehat{AC} = 140^\circ$  ،  $\widehat{AD} = 80^\circ$  ، فإن :  $\widehat{BC} =$  .....

ب ٤٠°

ا ٣٠°

د ٦٠°

ج ٥٠°



## ٢٩ في الشكل المقابل :

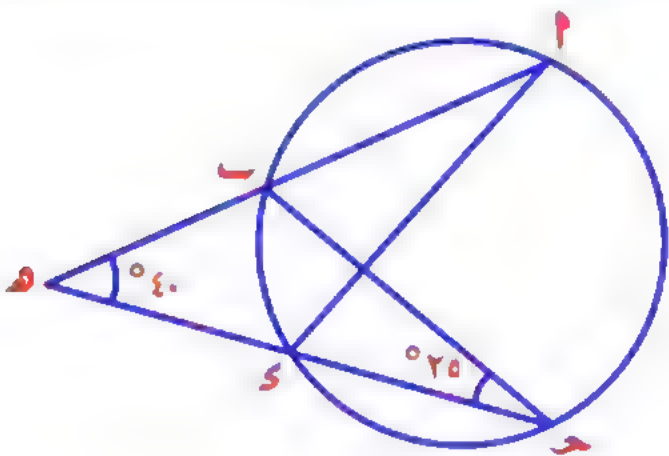
إذا كان :  $\widehat{AB} \cap \widehat{CD} = \{H\}$  ،  $\widehat{AC} = 40^\circ$  ،  $\widehat{AD} = 25^\circ$  ، فإن :  $\widehat{BC} =$  .....

ب ٨٠°

ا ٥٠°

د ٦٥°

ج ٢٥°



## ٣٠ في الشكل المقابل : « اسوان 2018 »

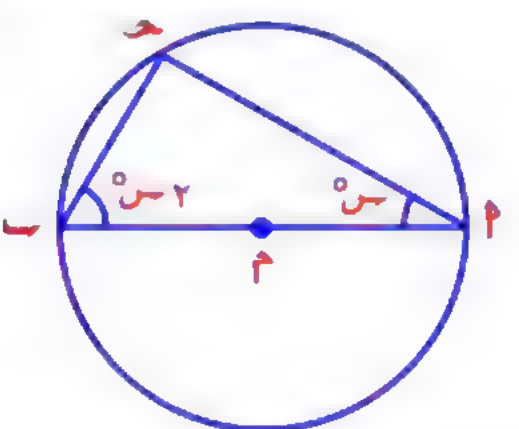
$\widehat{AB}$  قطر في الدائرة ،  $\widehat{AC} = 2س$  ،  $\widehat{AD} = 3س$  ، فإن :  $س =$  .....

ب ٣٠°

ا ٢٠°

د ٦٠°

ج ٤٠°



## ٣١ في الشكل المقابل :

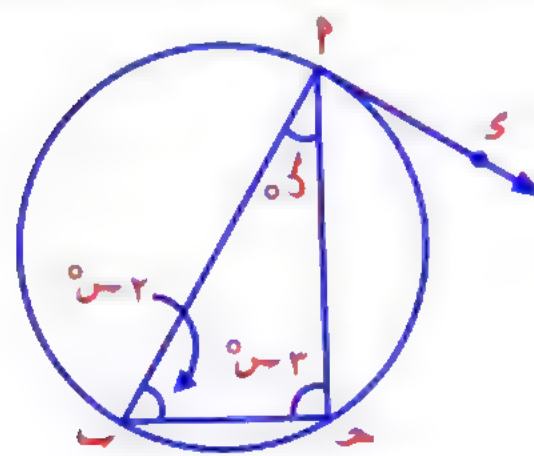
$\widehat{AC}$  مماسًا للدائرة عند ك ،  $\widehat{AB} = 2س$  ،  $\widehat{AD} = 3س$  ،  $\widehat{BC} = 4س$  ، فإن :  $\widehat{CD} =$  .....

ب ٤٠°

ا ٢٠°

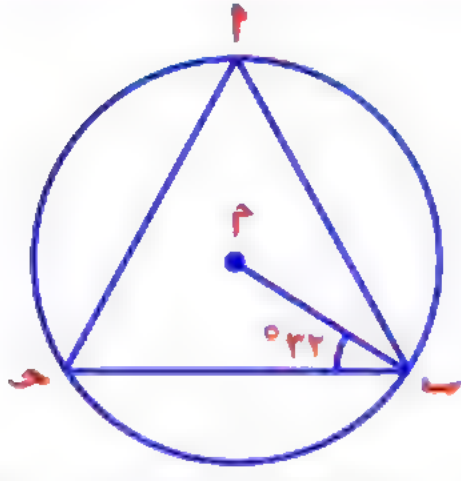
د ٨٠°

ج ٦٠°





## ٣٢ في الشكل المقابل :



دائرة مركزها P ، و  $\angle A = 32^\circ$  ، فإن : و  $\angle B =$  .....

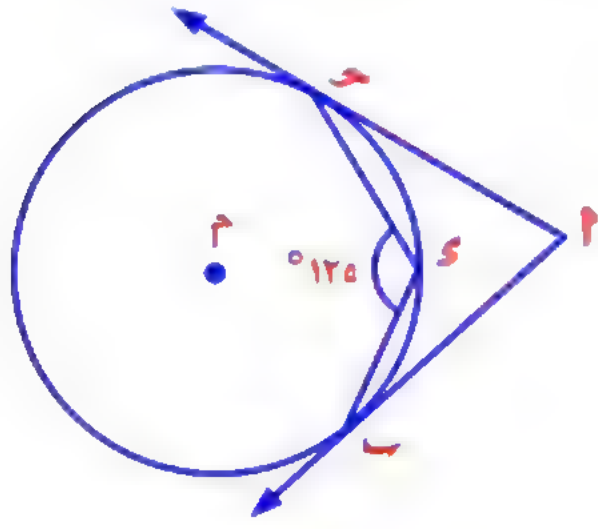
١٦ (أ)

٣٢ (ب)

٦٤ (ج)

١١٦ (د)

## ٣٣ في الشكل المقابل :



أ ، ب ، ج مماسان للدائرة عند ب ، ج ، أخذت د  $\in$  (ب ج) بحيث و  $\angle D = 125^\circ$

، فإن : و  $\angle A =$  .....

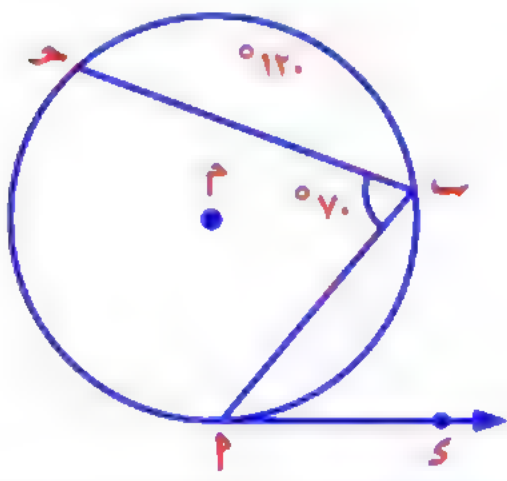
٥٠ (أ)

٦٠ (ب)

٧٠ (ج)

٨٠ (د)

## ٣٤ في الشكل المقابل :



أ مماسًا للدائرة عند P ، و  $\angle A = 70^\circ$  ، و  $\angle B = 120^\circ$  ، فإن : و  $\angle C =$  .....

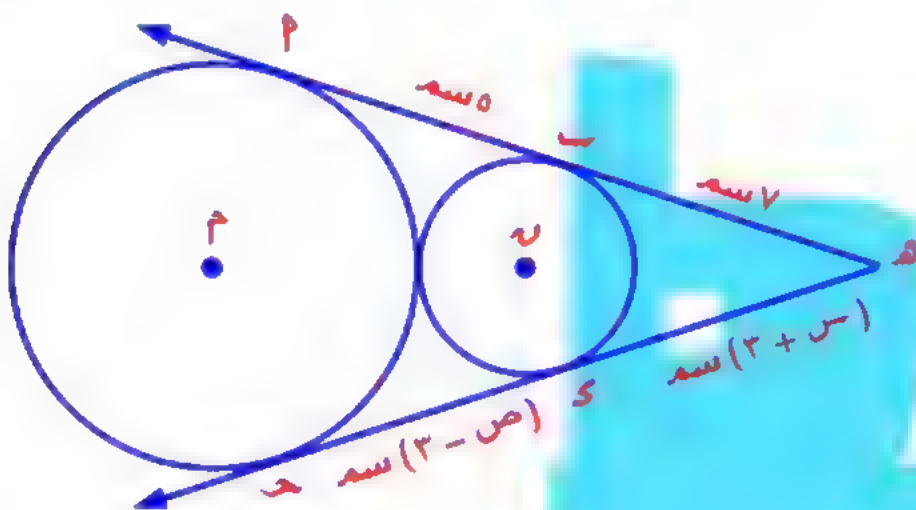
٥٠ (أ)

٦٠ (ب)

٧٠ (ج)

٣٥ (د)

## ٣٥ في الشكل المقابل :



أ ، هـ ب مماسان مشتركين للدائرتين P ، Q ، و  $\angle A = 5^\circ$  ، هـ ك = ٧ سم

، هـ ك = ٧ سم ، فإن : و  $\angle C =$  .....

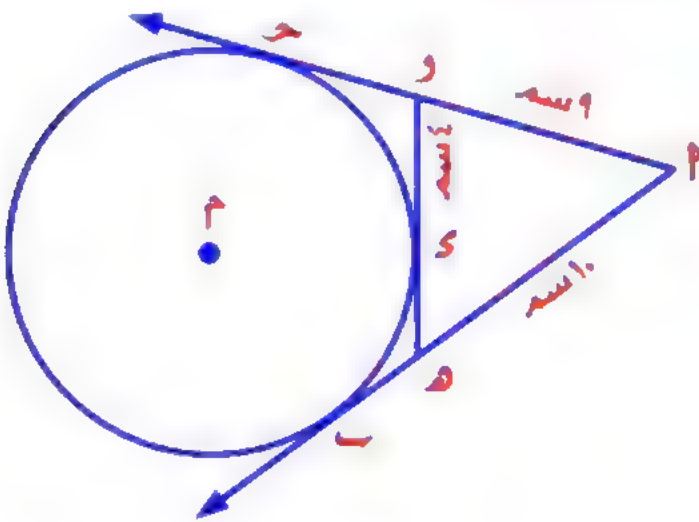
١١ (أ)

١٤ (ب)

١٠ (ج)

١٢ (د)

## ٣٦ في الشكل المقابل :



أ ، ب ، ج مماسات للدائرة عند ب ، ج ، و على الترتيب ، و  $\angle A = 9^\circ$  سم

، أ هـ = ١٠ سم ، و ك = ٤ سم ، فإن : هـ ك = .....

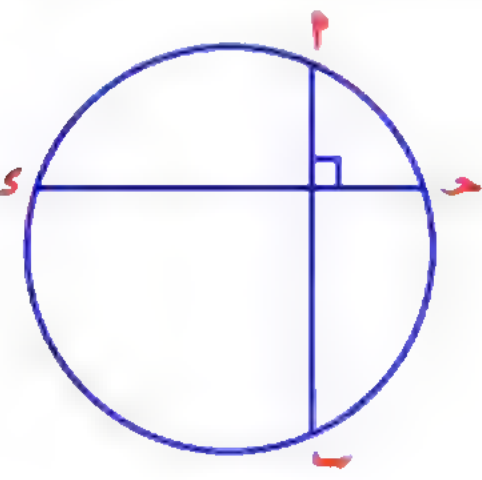
٤ سم (أ)

٦ سم (ب)

٣ سم (ج)

٥ سم (د)

## ٣٧ في الشكل المقابل :



أ ، ب ، ج وتران متعامدان في الدائرة P ، فإن : و  $\angle A + \angle B =$  .....

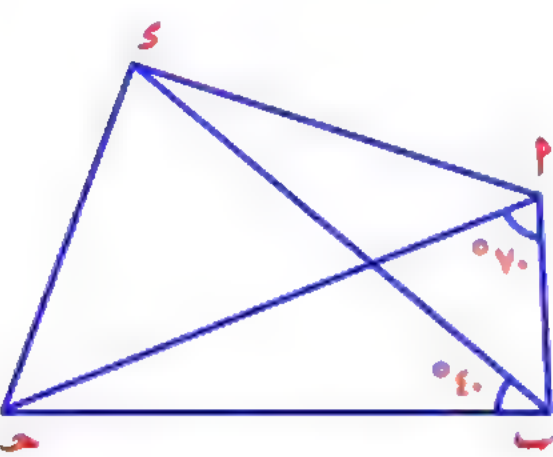
٩٠ (أ)

٢٧٠ (ب)

٤٥ (ج)

١٨٠ (د)

## ٣٨ في الشكل المقابل : «دمياط 2016»



أ ب ح ك شكل رباعي دائري فيه ، و  $\angle A = 70^\circ$  ، و  $\angle B = 40^\circ$

، فإن : و  $\angle C =$  .....

٣٠ (أ)

٧٠ (ب)

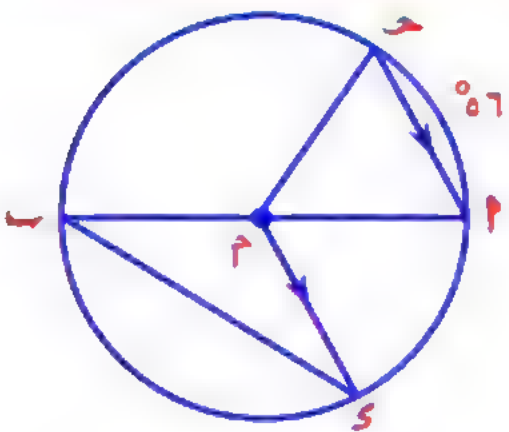
٤٠ (ج)

١١٠ (د)





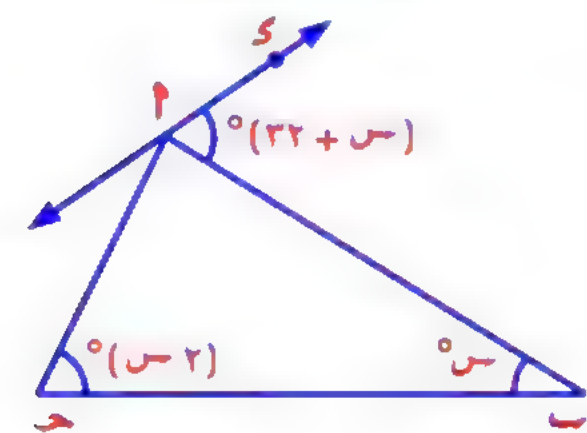
## ٣٩ في الشكل المقابل :



$\overline{AC} \parallel \overline{CE}$  ،  $\widehat{AC} = 56^\circ$  ، فإن :  $\angle C =$  .....

- (أ)  $28^\circ$  (ب)  $56^\circ$   
(ج)  $62^\circ$  (د)  $31^\circ$

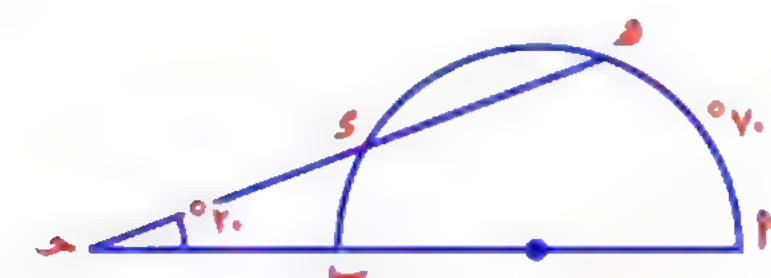
## ٤٠ في الشكل المقابل :



$\overline{PQ}$  مماساً للدائرة المارة برؤوس المثلث  $ABC$  عند  $P$  ،  $\angle C = s^\circ$  ،  $\angle A = (2s)^\circ$  ،  $\angle B = (s+22)^\circ$  ، فإن :  $\angle C =$  .....

- (أ)  $32^\circ$  (ب)  $64^\circ$   
(ج)  $84^\circ$  (د)  $42^\circ$

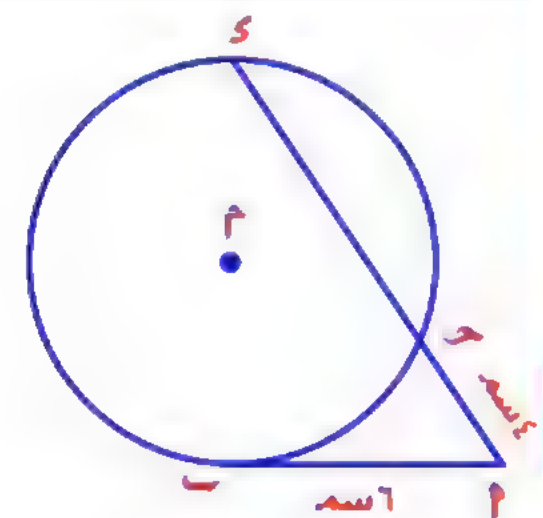
## ٤١ في الشكل المقابل :



$\overline{AB}$  قطر في الدائرة  $C$  ،  $\angle C = 20^\circ$  ،  $\widehat{AC} = 70^\circ$  ، فإن :  $\angle B =$  .....

- (أ)  $70^\circ$  (ب)  $80^\circ$   
(ج)  $90^\circ$  (د)  $110^\circ$

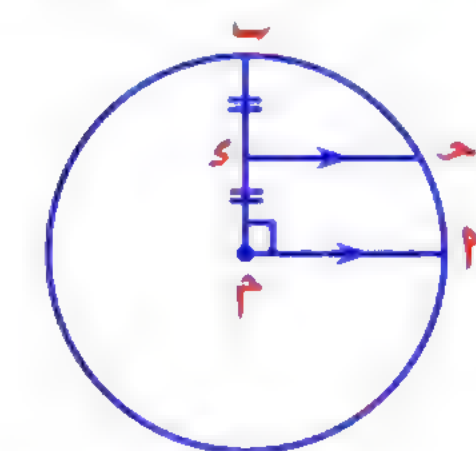
## ٤٢ في الشكل المقابل :



$\overline{AB}$  مماساً للدائرة عند  $B$  ،  $\angle A = 60^\circ$  ،  $\angle C = 40^\circ$  ، فإن :  $\angle B =$  .....

- (أ)  $40^\circ$  (ب)  $60^\circ$   
(ج)  $90^\circ$  (د)  $100^\circ$

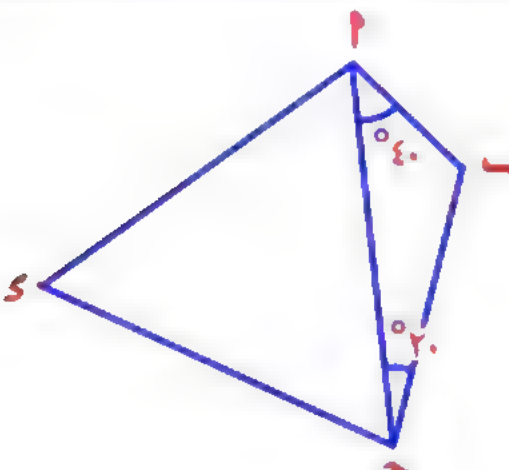
## ٤٣ في الشكل المقابل : «سوهاج 2017»



إذا كان :  $\overline{AC} \parallel \overline{CE}$  ،  $\angle C = 90^\circ$  ، فإن :  $\angle A =$  .....

- (أ)  $60^\circ$  (ب)  $90^\circ$   
(ج)  $30^\circ$  (د)  $45^\circ$

## ٤٤ في الشكل المقابل : «الشرقية 2018»



$ABCD$  شكل رباعي دائري ،  $\angle A = 20^\circ$  ،  $\angle B = 40^\circ$  ، فإن :  $\angle C =$  .....

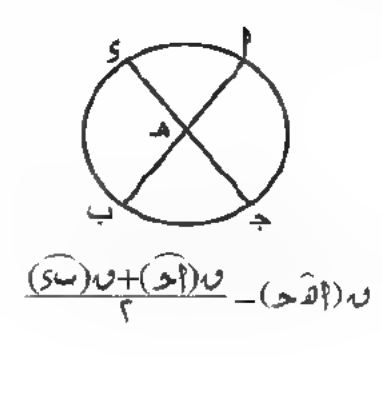
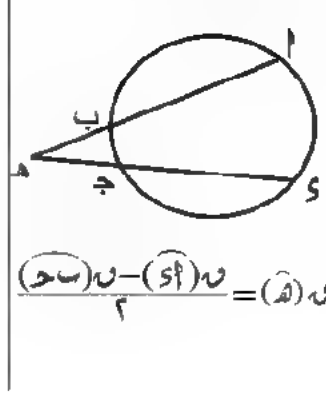
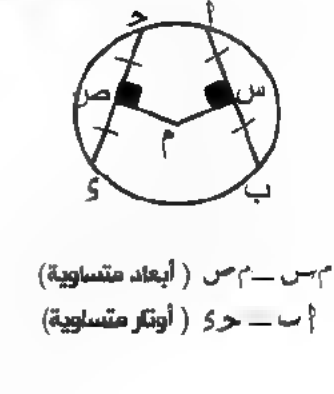
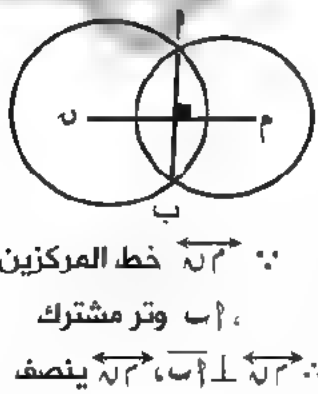
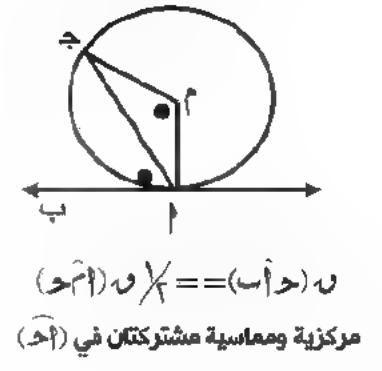
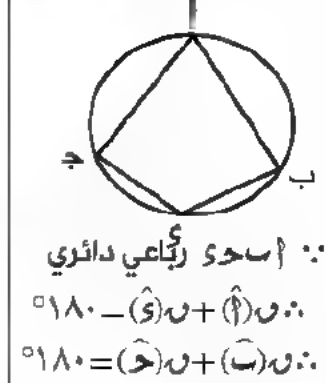
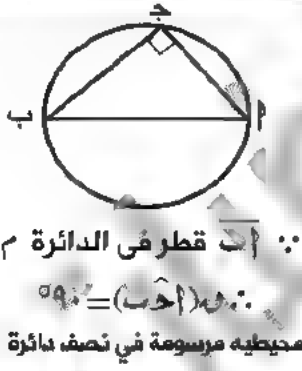
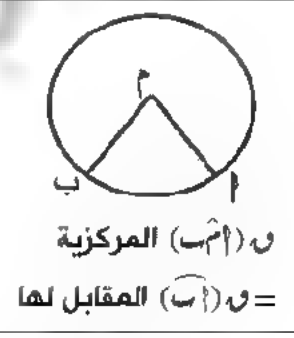
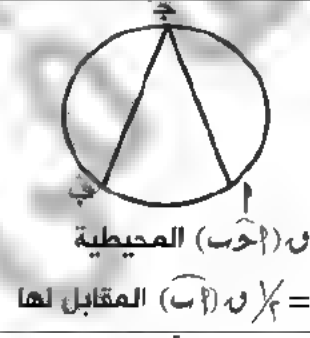
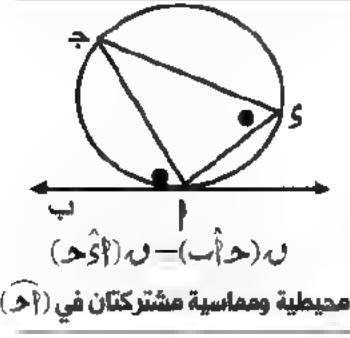
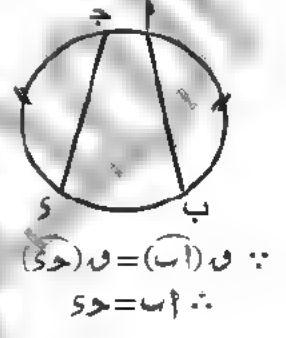
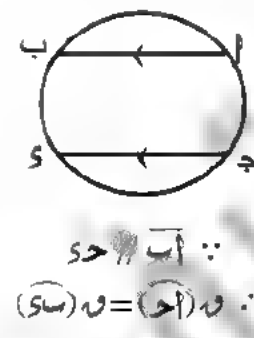
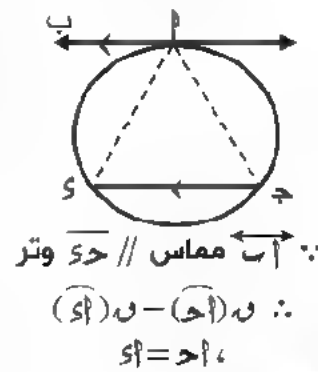
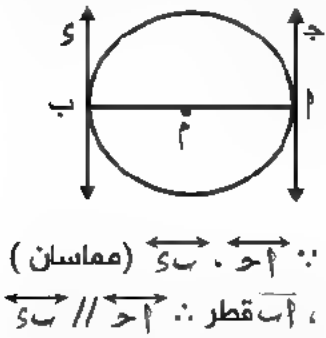
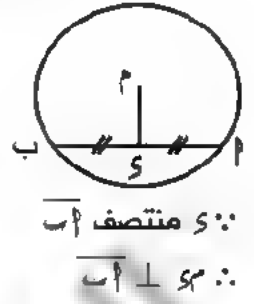
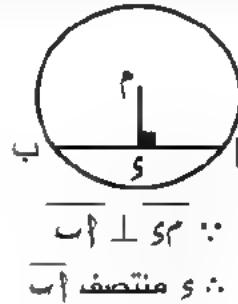
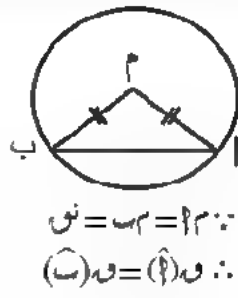
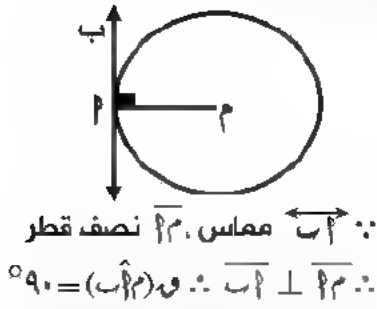
- (أ)  $20^\circ$  (ب)  $40^\circ$   
(ج)  $60^\circ$  (د)  $120^\circ$

البسيط في الرياضيات ، منطلق جديد

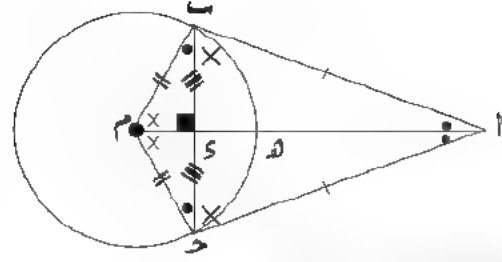
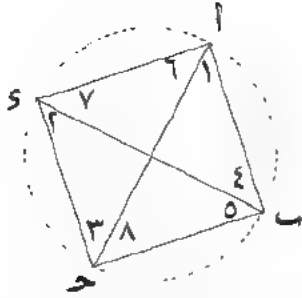




## مفاتيح الهندسة للصف الثالث الإعدادي

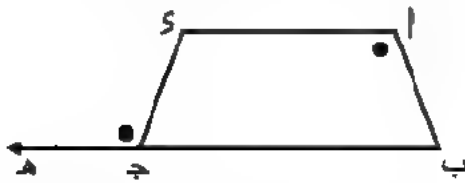






### نظرية (٤) ونتائجها:

- ①  $\angle(1) = \angle(2)$  يكون رباعي دائري
- ②  $\angle(3) = \angle(4)$  يكون رباعي دائري
- ③  $\angle(5) = \angle(6)$  يكون رباعي دائري
- ④  $\angle(7) - \angle(8)$  يكون رباعي دائري



إذا كان:  $\angle(5) = \angle(8)$  الخارجية =  $\angle(6)$  الداخلية المقابلة  
فإن الشكل:  $\angle(5) = \angle(8)$  رباعي دائري

- ①  $\angle(1) = \angle(2)$
- ②  $\angle(3) = \angle(4)$  يكون
- ③  $\angle(5) = \angle(6)$  يكون رباعي دائري لأن:
- ④  $\angle(7) - \angle(8) = 90^\circ$
- ⑤  $\angle(5) = \angle(6) = \angle(7) = \angle(8)$
- ⑥  $\angle(1) = \angle(2) = \angle(3) = \angle(4)$  ينصف  $\angle(5)$
- ⑦  $\angle(1) = \angle(2) = \angle(3) = \angle(4)$  ينصف  $\angle(6)$
- ⑧ قوس الدائرة المحصور بين القطعتان المماسات المرسومتان من نقطة خارج دائرة قوس أصغر في الدائرة.

### موضع مستقيم بالنسبة لدائرة

إذا كان  $m < n$   
فإن:  $\angle$  مماس للدائرة

إذا كان  $m = n$   
فإن:  $\angle$  قاطع للدائرة

إذا كان  $m > n$   
فإن:  $\angle$  خارج الدائرة

### موضع دائرة بالنسبة لدائرة أخرى

إذا كان لدينا دائرتان لهما  $n_1, n_2$  نجمع القطرين ثم نطرح القطرين

فإذا كان  $n_1 = n_2$

أصغر من  
طرحهما

يساوي  
طرحهما

بين طرحهما  
وجمعهما

يساوي  
جمعهما

أكبر من  
جمعهما

متداخلتان

مماسيتان من الداخل

متطاعتان

مماسيتان من الخارج

متباعدتان

إذا كان  $n_1 = n_2 = 0$  فإن الدائرتان تكونان متحدتان المركز



## عدد الدوائر التي تمر بـ

ثلاث نقط على استقامة واحدة  
( واحدة )

ثلاث نقط على استقامة واحدة  
( صفر )

- (١) المستطيل والمربع وشبه المنحرف المتساوي الساقين أشكال رباعية دائرية.  
(٢) متوازي الأضلاع والمعين وشبه المنحرف غير متساوي الساقين ليست أشكالاً رباعية

## بعض القوانين الهامة

$$\text{طول القوس} = \frac{\text{قياس القوس}}{360^\circ} \times 2\pi r$$

$$\text{قياس القوس} = \frac{\text{طول القوس}}{2\pi r} \times 360^\circ$$

$$\text{مساحة الدائرة} = \pi r^2$$

$$\text{محيط الدائرة} = 2\pi r$$

$$\text{محيط المربع} = \text{طول الضلع} \times 4$$

$$\text{مساحة المربع} = \text{مربع طول ضلعه}$$

$$\text{محيط المستطيل} = (\text{الطول} + \text{العرض}) \times 2$$

$$\text{مساحة المستطيل} = \text{الطول} \times \text{العرض}$$

$$\text{مساحة متوازي الأضلاع} = \text{طول القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{مساحة المعين} = \text{طول الضلع} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{مساحة المعين} = \frac{1}{2} \times \text{حاصل ضرب طول قطريه}$$

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{مساحة شبه المنحرف} = \frac{1}{2} \times \text{مجموع القاعدتين المتوازيتين} \times \text{الارتفاع}$$

٤

عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها للدائرتين متباعدتين

٢

عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها للدائرة من نقطة خارجها

١

عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها للدائرة من نقطة عليها

١

عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها للدائرتين متماسكتين من الداخل

٣

عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها للدائرتين متماسكتين من الخارج

٢

عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها للدائرتين متقاطعتين

عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها للدائرتين متداخلتين أو متحدتين المركز ( صفر )



## ملخص نظري الهندسة

- ① نصف قطر الدائرة أى قطعة مستقيمة تصل بين المركز وأى نقطة على الدائرة وكلها متساوية وتساوى  $r$ .
- ② وتر الدائرة هو أى قطعة مستقيمة تصل بين نقطتين على الدائرة
- ③ قطر الدائرة وتر يمر بالمركز أو أى قطعة مستقيمة تصل بين نقطتين على الدائرة وتر يمر بالمركز
- ④ أى مستقيم يمر بمركز الدائرة هو محور تماثل لها والدائرة عدد لا نهائى من محاور التماثل
- ⑤ محيط الدائرة  $2\pi r$  —  $\pi r^2$  مساحة الدائرة —  $r$  نصف
- ⑦ خص المركزين الدائرتين متماستين من الداخل أو الخارج يكون عمودياً على المماس المشترك عند نقطة التماس
- ⑧ المستقيم المار بمركز الدائرة وبمنتصف أى وتر فيها يكون عمودياً على هذا الوتر
- ⑨ خص المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عمودياً على الوتر المشترك وينصفه
- ⑩ المماس لدائرة يكون عمودياً على نصف القطر المرسوم من نقطة التماس
- ⑪ المستقيم العمودى على قطر الدائرة من إحدى نهايته يكون مماساً للدائرة
- ⑫ المماسان لدائرة المرسومان من نهايتى قطر فيهما متوازيين
- ⑬ يوجد عدد لا نهائى من الدوائر التى تمر بنقطة واحدة
- ⑭ يوجد عدد لا نهائى من الدوائر التى تمر بنقطتين
- ⑮ لا يمكن رسم دائرة واحدة تمر بثلاث نقط على استقامة واحدة
- ⑯ أصغر دائرة يمكن رسمها تمر بالنقطتين  $A, B$  طولها يساوى نصف  $AB$
- ⑰ يمكن رسم دائرة وحيدة تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة
- ⑱ الدائرة الخارجة للمثلث هى الدائرة التى تمر برؤوس المثلث من الخارج
- ⑲ مركز الدائرة الخارجة للمثلث هى نقطة تقاطع الأعمدة المقامة على أضلاعها من منتصفاتها
- ⑳ مركز الدائرة الخارجة للمثلث القائم الزاوية هو منتصف الوتر
- ㉑ الأوتار المتساوية فى الطول فى دائرة تكون على أبعاد متساوية من مركزها
- ㉒ فى الدائرة الواحدة أو فى الدوائر المتطابقة إذا كانت الأوتار على أبعاد متساوية من المركز فإنها تكون متساوية فى الطول
- ㉓ فى الدائرة الواحدة أو فى الدوائر المتطابقة الأقواس المتساوية فى القياس متساوية فى الطول والعكس صحيح
- ㉔ فى الدائرة الواحدة أو فى الدوائر المتطابقة الأقواس المتساوية فى القياس أوتارها متساوية فى الطول والعكس صحيح
- ㉕ الوتران المتوازيان فى الدائرة يحصران قوسين متساويين فى القياس
- ㉖ القوسان المحصوران بين وتر ومماس يوازيه متساويان فى القياس
- ㉗ قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس
- ㉘ قياس الزاوية المركزية ضعف قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها فى القوس
- ㉙ قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس القوس المقابل لها
- ㉚ الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة قائمة
- ㉛ الزاوية المحيطية التى تحصر نفس القوس فى الدائرة الواحدة متساوية فى القياس



٣٧) قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس القوس المقابل لها

٣٨) الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة قائمة

٣٩) الزاوية المحيطية التى تحصر نفس القوس فى الدائرة الواحدة متساوية فى القياس

٤٠) فى الدائرة الواحدة أو فى عدة دوائر الزوايا المحيطية المتساوية فى القياس تحصر بين ضلعيهما أقواساً متساوية فى القياس

٤١) إذا تساوى قياسا زاويتين مرسومتين على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة منها فإنه يمر برأسيهما دائرة واحدة تكون هذه القاعدة وترّاً فيها

٤٢) إذا كان الشكل الرباعى دائرياً فإن : كل زاويتان متقابلتان متكاملتان مجموعهم  $= 180^\circ$

٤٣) المستطيل والمربع والشبه منحرف المتساوى الساقين اشكال رباعية دائرية

٤٤) متوازي الأضلاع والمعين وشبه المنحرف الغير متساوى الساقين رباعيه غير دائرية

٤٥) قياس الزاوية الخارجة عن أى رأس من رؤوس الشكل الرباعى الدائرى يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة

٤٦) إذا وجدت زاويتان متقابلتان متكاملتان فى شكل رباعى كان هذا الشكل رباعى دائرى

٤٧) إذا وجدت زاوية خارجة عند رأس من رؤوس شكل رباعى قياسها يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة لهذا الرأس كان الشكل رباعياً دائرياً

٤٨) القطعتان المعامستان المرسومتان من نقطة خارج الدائرة متساويتان فى الطول

٤٩) يكون الشكل الرباعى دائرياً إذا تحققت أحد الشروط التالية :

٥٠) إذا وجدت نقطة فى مستوى الشكل تكون على ابعاد متساوية من رؤوسه

٥١) إذا وجدت زاويتان متساويتان فى القياس ومرسومتان على ضلع من اضلاعه كقاعدة وفى جهة واحدة من هذا الضلع

٥٢) إذا وجدت زاويتان متقابلتان لهما مجموع قياسهما  $\neq 180^\circ$

٥٣) إذا وجدت زاوية خارجة عند أى رأس من رؤوسه قياسها يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة له

٥٤) الدائرة الداخلة لمثلث هى الدائرة التى تمس اضلاعه من الداخل

٥٥) مركز الدائرة الداخلة لأى مثلث هو نقطة تقاطع منصفات زواياه

٥٦) الزاوية المماسية هى الزاوية المكونة من اتحاد شعاعين أحدهما مماس للدائرة والأخر يحتوى وتر الدائرة يمر بنقطة التماس

٥٧) قياس الزاوية المماسية يساوى نصف قياس القوس الموصول بين ضلعيهما

٥٨) قياس الزاوية المماسية يساوى قياس الزاوية المحيطية المرسومة على وتر التماس

٥٩) إذا رسم من احدى نقطتى النهاية لوتر فى دائرة بحيث كان قياس الزاوية المحصورة بين هذا الشعاع والوتر يساوى

قياس الزاوية المحيطية المرسومة على نفس الوتر من الجهة الأخرى فإن هذا الشعاع يكون مماساً للدائرة

**اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

١) م ، ن دائرتان متباعدتان طولاً نصفى قطريهما ٨ سم ، ٦ سم على الترتيب فإن : م ن ..... ١٤ سم

① > ② < ③ = ④ ≤

٢) قياس الزاوية المحيطية يساوى ..... قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى نفس القوس

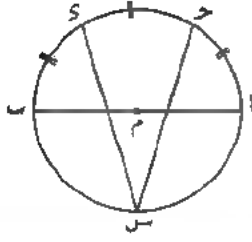
① نصف ② ضعف ③ ربع ④ ثلث

٣) إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستان من الداخل طولاً نصفى قطريهما ٧ سم ، ٣ سم فإن : م ن - .....

① ٣ ② ٤ ③ ٧ ④ ١٠



٤ في الشكل المقابل :



AB قطر في الدائرة م

، و (أح) - و (حس) - و (سب)

فإن : و (حس) = .....

١٥ ① ٣٠ ②

٤٥ ③ ٦٠ ④

٥ في الشكل الرباعي الدائري ASCH إذا كان : و (أ) =  $\frac{1}{4}$  و (ح) فإن : و (أ) = .....

٢٠ ① ٣٠ ② ٦٠ ③ ١٢٠ ④

٦ خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عموداً على .....

① القطر ② الوتر ③ الوتر المشترك ④ المماس

٧ الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة .....

① حادة ② مستقيمة ③ منفرجة ④ قائمة



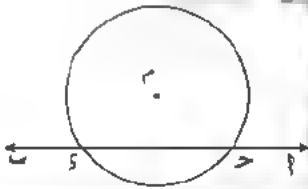
٨ الشكل المقابل يكون رباعياً دائرياً إذا كان .....

① و (أ) + و (س) = ١٨٠ ② و (أ)  $\perp$  و (س)

③ و (أ) = و (س) ④ و (أ) = و (س)

٩ دائرتان م ، ن طولاً نصفى قطريهما ٨ سم ، ٦ سم إذا كان : م - ٤ سم فإن ادائرتين تكونان .....

① متقاطعتين ② متباعدتين ③ داخليتين ④ متماستين من الخارج



١٠ في الشكل المقابل :

AB  $\cap$  سطح الدائرة = .....

① {س ، ح} ② حس

③ حس ④ حس

١١ قياس الزاوية المركزية التي تقابل قوساً طوله  $\pi$  ني .....

٣٠ ① ١٢٠ ② ٢٤٠ ③ ٣٦٠ ④

١٢ يمكن رسم دائرة تمر برؤوس .....

① معين ② مستطيل ③ شبه منحرف ④ متوازي أضلاع

١٣ دائرة طول قطرها ١٠ سم والمستقيم ل يبعد عن مركزها مسافة ٥ سم فإن المستقيم ل يكون .....

① مماساً للدائرة ② قاطعاً للدائرة ③ خارج الدائرة ④ قطعاً في الدائرة

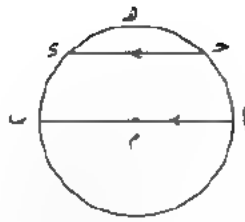
١٤ عدد المماسات المشتركة للدائرتين المتماسيتين من الخارج هو .....

① صفر ② ١ ③ ٢ ④ ٣

١٥ عدد محاور التماثل لأي دائرة هو .....

① صفر ② ١ ③ ٢ ④ عدد لا نهائي





١٦ في الشكل المقابل :

إذا كان  $\widehat{AB}$  قطر في الدائرة م

،  $\widehat{AB} // \widehat{CD}$  ، و  $\widehat{SCD} = 80^\circ$  فإن : و  $\widehat{A} = (\text{ح}) = \dots\dots\dots$

- ١)  $40^\circ$       ٢)  $50^\circ$   
٣)  $80^\circ$       ٤)  $100^\circ$

١٧ إذا كان : م ، ن دائرتان متقاطعتان في نقطتين وكان طولا نصفي قطريهما ٥ سم ، ٣ سم على الترتيب

فإن : م ن  $\supset \dots\dots\dots$

- ١)  $[7, 3]$       ٢)  $[7, 3[$       ٣)  $]7, 3[$       ٤)  $]7, 3]$

١٨ محور تماثل الدائرة هو .....

- ١) القطر      ٢) الوتر      ٣) المستقيم المار بالمركز      ٤) العماس

١٩ قياس القوس الذي يمثل ربع قياس الدائرة يساوي .....

- ١)  $60^\circ$       ٢)  $90^\circ$       ٣)  $120^\circ$       ٤)  $240^\circ$

٢٠ المماسان المرسومان من نهايتي قطر في دائرة يكونان .....

- ١) متعامدين      ٢) متوازيين      ٣) متقاطعتين      ٤) منطبقين

٢١ وتر طوله ٨ سم مرسوم داخل دائرة طول قطرها ١٠ سم فإنه يبعد عن المركز ..... سم

- ١) ٢      ٢) ٤      ٣) ٦      ٤) ٨

٢٢ مركز الدائرة الداخلة للمثلث هو نقطة تقاطع .....

- ١) متوسطاته      ٢) ارتفاعاته      ٣) محاور تمثل أضلاعه      ٤) منصفات زواياه الداخلة

٢٣ قياس الزاوية المركزية المرسومة في ثلث دائرة يساوي .....

- ١)  $240^\circ$       ٢)  $120^\circ$       ٣)  $60^\circ$       ٤)  $30^\circ$

٢٤ م ، ن دائرتان متماستان من الداخل طولا نصفي قطريهما ٧ سم ، ١٠ سم فإن : م ن = ..... سم

- ١) ٣      ٢) ١٧      ٣) ٧      ٤) ١٠

٢٥ في الشكل المقابل :

$\widehat{AC}$  قطر في الدائرة م

، و  $\widehat{C} = 30^\circ$  فإن : و  $\widehat{A} = (\text{ح}) = \dots\dots\dots$

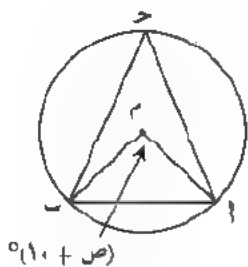
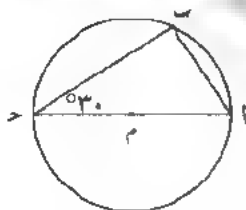
- ١)  $120^\circ$       ٢)  $60^\circ$   
٣)  $90^\circ$       ٤)  $40^\circ$

٢٦ في الشكل المقابل :

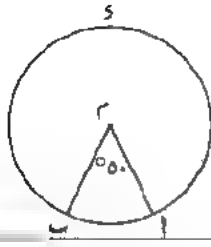
دائرة مركزها م إذا كان : و  $\widehat{C} = 40^\circ$

، و  $\widehat{A} = (\text{ح}) = (10 + \text{ح})^\circ$  فإن : ح = .....

- ١)  $70^\circ$       ٢)  $80^\circ$   
٣)  $100^\circ$       ٤)  $180^\circ$







٢٧) في الشكل المقابل :

و (أ)  $\widehat{AB} = 50^\circ$  فإن : و (ب)  $\widehat{AB} = \dots\dots\dots$

- ①  $50^\circ$       ②  $100^\circ$   
③  $310^\circ$       ④  $350^\circ$

٢٨) الزاوية المماسية هي زاوية محصورة بين .....

- ① وترين      ② مماسين      ③ وتر ومماس      ④ وتر وقطر

٢٩) دائرة طول محيطها  $6\pi$  سم والمستقيم ل يبعد عن مركزها ٥ سم فإن المستقيم ل يكون .....

- ① مماساً للدائرة      ② قاطعاً للدائرة      ③ خارج الدائرة      ④ قطعاً في الدائرة

٣٠) ا ب ح د رباعي دائري فيه : و (أ)  $\widehat{A} = 3^\circ$  و (ح)  $\widehat{C} = \dots\dots\dots$  و (أ)  $\widehat{A} = \dots\dots\dots$

- ①  $90^\circ$       ②  $45^\circ$       ③  $135^\circ$       ④  $120^\circ$

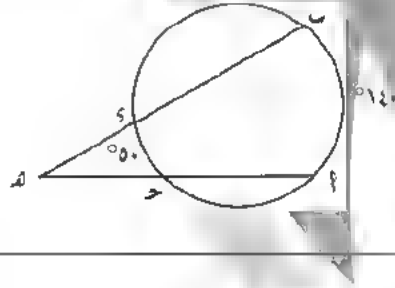
٣١) إذا كان طولاً نصفى قطرى الدائرتين م ، ن هما ٦ سم ، ٣ سم وكان م = ٢ سم فإن : م ، ن .....

- ① متقاطعتان      ② متداخلتان      ③ متباعدتان      ④ متماستان من الخارج

٣٢) عدد المماسات المشتركة لدائرتين متحدثى المركز يساوى .....

- ① ٣      ② ١      ③ ٢      ④ لا يتغير

٣٣) في الشكل المقابل :

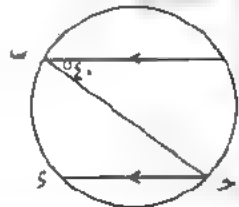


و (أ)  $\widehat{AB} = 140^\circ$  ، و (ح)  $\widehat{C} = 50^\circ$

فإن : و (هـ)  $\widehat{D} = \dots\dots\dots$

- ①  $45^\circ$       ②  $40^\circ$   
③  $55^\circ$       ④  $90^\circ$

٣٤) في الشكل المقابل :



أ ب // ح د ، و (ب)  $\widehat{B} = 40^\circ$

فإن : و (س)  $\widehat{S} = \dots\dots\dots$

- ①  $20^\circ$       ②  $40^\circ$   
③  $160^\circ$       ④  $80^\circ$

٣٥) قياس الزاوية المركزية = ..... قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في نفس القوس

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{1}{4}$       ③  $\frac{1}{3}$       ④ ١

٣٦) مجموعة نقط الدائرة ن  $\cap$  مجموعة النقط داخل الدائرة ن = .....

- ① الدائرة ن      ② سطح الدائرة ن      ③ محيط الدائرة ن      ④ لا شيء

٣٧) دائرتان م ، ن متماستان من الداخل نصفى قطرى الدائرتين ٥ سم ، ٣ سم ، ن < ٥ ، م = ٣ سم

فإن : ن = ..... سم

- ① ٦      ② ٨      ③ ٧      ④ ٩

٣٨) عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقط على استقامة واحدة يساوى .....

- ① صفر      ② واحد      ③ ثلاث      ④ عدد لا نهائى



٢٩) أطول الأوتار في الدائرة يسمى .....

١) قطر

٢) مماس

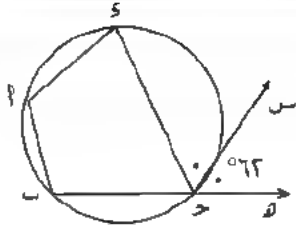
٣) قاطع

٤) نصف قطر

٤٠) في الشكل المقابل :

إذا كانت :  $\widehat{A} = 62^\circ$  ،  $\widehat{B} = 118^\circ$  ،  $\widehat{C} = 56^\circ$  ،

فإن :  $\widehat{D} = \dots\dots\dots$



١)  $62^\circ$

٢)  $118^\circ$

٣)  $56^\circ$

٤)  $132^\circ$

٤١) النسبة بين قياس الزاوية المحيطية وقياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس = .....

١) ٢ : ١

٢) ١ : ١

٣) ١ : ٢

٤) ٣ : ١

٤٢) دائرة طول نصف قطرها (٢ + ٦) سم والمستقيم ل يبعد عن مركزها مسافة (٢ + ٦) سم

حيث  $0 < \text{سم}$  فإن المستقيم ل يكون .....

١) خارج الدائرة

٢) مماساً للدائرة

٣) قاطعاً للدائرة

٤) ماراً بمركز الدائرة

٤٣) إذا كان :  $\widehat{A} \cap \text{الدائرة} = \{A, B\}$  فإن :  $\widehat{A} \cap \text{سطح الدائرة} = \dots\dots\dots$

١)  $\{A, B\}$

٢)  $\widehat{AB}$

٣)  $\widehat{AB}$

٤)  $\widehat{AB}$

٤٤) الزاوية المحيطية التي تقابل قوساً أصغر في الدائرة تكون .....

١) منعكسة

٢) قائمة

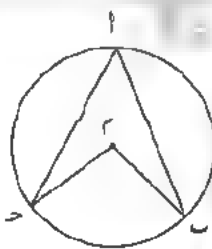
٣) منفرجة

٤) حادة

٤٥) في الشكل المقابل :

م دائرة فإذا كان :  $\widehat{A} = 50^\circ$  ،  $\widehat{B} = 100^\circ$  ،

فإن :  $\widehat{C} = \dots\dots\dots$



١)  $50^\circ$

٢)  $130^\circ$

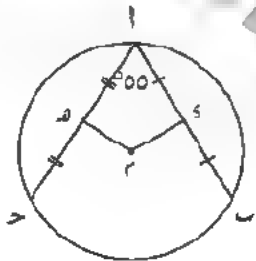
٣)  $40^\circ$

٤)  $100^\circ$

٤٦) في الشكل المقابل :

$\widehat{A} \parallel \widehat{B}$  ،  $\widehat{C} = 90^\circ$  ،

فإن :  $\widehat{D} = \dots\dots\dots$



١)  $60^\circ$

٢)  $90^\circ$

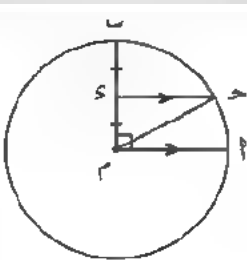
٣)  $45^\circ$

٤)  $30^\circ$

٤٧) في الشكل المقابل :

و منتصف  $\widehat{AB}$  ، ه منتصف  $\widehat{AC}$  ،

فإن :  $\widehat{D} = 55^\circ$  فإن :  $\widehat{E} = \dots\dots\dots$



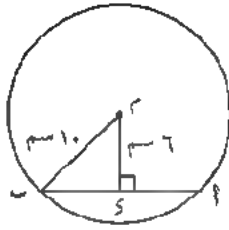
١)  $130^\circ$

٢)  $125^\circ$

٣)  $120^\circ$

٤)  $135^\circ$





٤٨) في الشكل المقابل :

إذا كان :  $OC = 5$  ،  $OA = 13$  ، فإن :  $AB =$  .....

١٦ (أ)

١٠ (ب)

٤ (ج)

٧ (د)

٤٩) دائرة طول قطرها ١٠ سم فإذا كان المستقيم  $l$  قاطعاً للدائرة فإنه يبعد عن مركزها ..... سم

٤ (أ)

٧ (ب)

٦ (ج)

١٠ (د)

٥٠) دائرة  $m$  طول قطرها ١٠ سم فإذا كان المستقيم  $l$  خارج الدائرة  $m$  فإن البعد بين المركز  $m$  والمستقيم  $l$  .....  $\Rightarrow$

$]\infty, 5[$  (أ)

$[5, 0[$  (ب)

$]5, 0[$  (ج)

$\{5, 0\}$  (د)

٥١) إذا كان طول نصف قطر الدائرة  $m$  — طول نصف قطر الدائرة  $n$  فإن الدائرتين .....

متقاطعتان (أ)

متطابقتان (ب)

متباعدتان (ج)

متداخلتان (د)

٥٢) إذا كان المستقيم  $l$   $\cap$  الدائرة  $m = \emptyset$  فإن المستقيم  $l$  يكون .....

محور تماثل للدائرة (أ)

خارج الدائرة (ب)

خارج الدائرة (ج)

قاطعاً للدائرة (د)

٥٣) دائرتان طولاً نصفى قطريهما ٥ سم ، ٨ سم تكونان متماسكتين إذا كان البعد بين مركزيهما  $\Rightarrow$  .....

$[13, 3[$  (أ)

$[13, 3[$  (ب)

$[13, 3[$  (ج)

$\{13, 3\}$  (د)

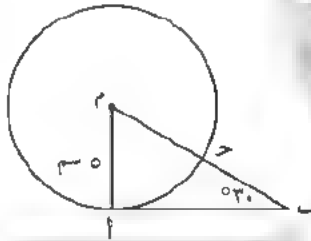
٥٤) عدد الدوائر التي يمكن رسمها تمر بثلاث نقط، ليست على استقامة واحدة هو .....

لا يوجد (أ)

عدد لا نهائى (ب)

٢ (ج)

١ (د)



٥٥) في الشكل المقابل :

$AB$  مماسه ،  $AM = 5$  ،  $OB = 13$  ، فإن : طول  $AO =$  .....

٧ (أ)

٥ (ب)

١٠ (ج)

٨ (د)

٥٦) دائرتان  $m$  ،  $n$  طولاً نصفى قطريهما ٩ سم ، ٤ سم ،  $m = n = 16$  سم فإن الدائرتين تكونان .....

متماستين من الداخل (أ)

متماستين من الخارج (ب)

متباعدتين (ج)

متقاطعتين (د)

٥٧)  $AB$  ،  $CD$  وتران متساويان فى الطول فى دائرة  $m$  ،  $CD$  ،  $AB$  من منتصفا  $AB$  ،  $CD$  على الترتيب ،  $CD = 3$  سم

فإن :  $CD =$  ..... سم

٣ (أ)

٤ (ب)

٦ (ج)

$\frac{3}{2}$  (د)

٥٨) إذا كان سطح الدائرة  $m \cap$  سطح الدائرة  $n = \{P\}$  فإن الدائرتين  $m$  ،  $n$  .....

متباعدتان (أ)

متقاطعتان (ب)

متحدتان المركز (ج)

متماستان من الخارج (د)

٥٩) لا يمكن رسم دائرة تمر بروؤس .....

المستطيل (أ)

المعين (ب)

المربع (ج)

المثلث (د)

٦٠) عدد محاور تماثل نصف دائرة ..... عدد محاور تماثل مثلث متساوى الساقين

$<$  (أ)

$=$  (ب)

$>$  (ج)

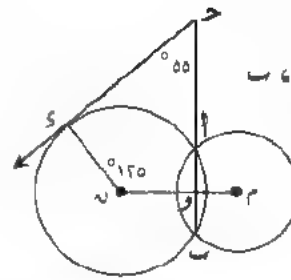
$\leq$  (د)







### ٦ في الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب  
 $\widehat{CD} \supset \widehat{AB} \Rightarrow$  للدائرة ن  
 $\{و\} = \overline{AB} \cap \overline{CD}$   
 $\widehat{و(م ن)} = 125^\circ$   
 $\widehat{و(ح و)} = 55^\circ$

أثبت أن :  $\widehat{CD} \perp \widehat{AB}$  مماس للدائرة ن عند و

#### برهان

$\widehat{MN}$  خط المراكزين ،  $\therefore \widehat{AB}$  وتر مشترك

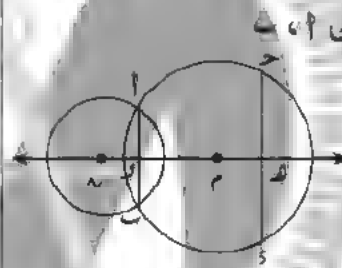
$\therefore \widehat{MN} \perp \widehat{AB} \quad \widehat{و(أ و ن)} = 90^\circ$

$\therefore$  مجموع قياسات الشكل الرباعي الداخلة  $= 360^\circ$

$\therefore \widehat{و(ح و ن)} = 360^\circ - (\widehat{و(أ و ن)} + 90^\circ + 55^\circ) = 90^\circ$

$\therefore \widehat{و(ح و ن)} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{CD} \perp \widehat{AB}$  مماس للدائرة ن عند و

### ٧ في الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

$\widehat{CD}$  وتر في الدائرة م

يقطع  $\widehat{MN}$  في هـ

فإذا كانت هـ منتصف  $\widehat{CD}$

أثبت أن :  $\widehat{AB} \parallel \widehat{CD}$

#### برهان

$\widehat{MN}$  خط المراكزين ،  $\therefore \widehat{AB}$  وتر مشترك

$\therefore \widehat{MN} \perp \widehat{AB} \quad \widehat{و(أ و ن)} = 90^\circ$

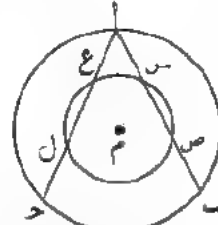
$\therefore$  هـ منتصف  $\widehat{CD} \Rightarrow \widehat{MN} \perp \widehat{CD}$

$\therefore \widehat{و(ح و م)} = 90^\circ$

$\therefore \widehat{و(ح و م)} = 90^\circ - \widehat{و(أ و ن)} = 90^\circ$  "في وضع تناظر"

$\therefore \widehat{AB} \parallel \widehat{CD}$

### ٨ في الشكل المقابل :



دائرتان متحتات المركز م

$\widehat{AB} = \widehat{CD}$

أثبت أن :  $\widehat{MN} \perp \widehat{AB}$

العمل : نرسم  $\widehat{MN} \perp \widehat{AB}$  ،  $\widehat{MN} \perp \widehat{CD}$

برهان : في الدائرة الكبرى :

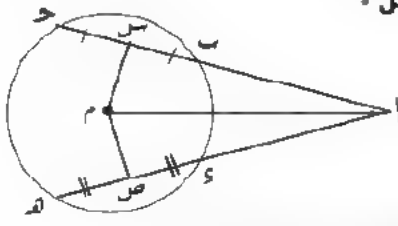
$\therefore \widehat{AB} = \widehat{CD} \Rightarrow \widehat{MN} \perp \widehat{AB}$  ،  $\widehat{MN} \perp \widehat{CD}$

$\therefore \widehat{MN} \perp \widehat{AB}$

### في الدائرة الصغرى :

$\therefore \widehat{MN} \perp \widehat{AB}$  ،  $\widehat{MN} \perp \widehat{CD}$  ،  $\widehat{MN} = \widehat{MN}$   
 $\therefore \widehat{MN} \perp \widehat{AB}$  ،  $\widehat{MN} \perp \widehat{CD}$

### ٩ في الشكل المقابل :



$\widehat{AB} = \widehat{CD}$

$\widehat{MN}$  منتصف  $\widehat{AB}$

$\widehat{MN}$  منتصف  $\widehat{CD}$

أثبت أن :  $\widehat{AB} = \widehat{CD}$

#### برهان

$\therefore \widehat{MN}$  منتصف  $\widehat{AB}$  ،  $\therefore \widehat{MN} \perp \widehat{AB}$

$\therefore \widehat{MN}$  منتصف  $\widehat{CD}$  ،  $\therefore \widehat{MN} \perp \widehat{CD}$

$\therefore \widehat{AB} = \widehat{CD}$  ،  $\therefore \widehat{MN} = \widehat{MN}$  ،  $\therefore \widehat{MN} \perp \widehat{AB}$  ،  $\widehat{MN} \perp \widehat{CD}$

في  $\triangle AMN$  ،  $\triangle CMN$  فيهما :

①  $\widehat{MN} = \widehat{MN}$  ،  $\widehat{MN} = \widehat{MN}$

② ضلع مشترك

③  $\widehat{و(أ م ن)} = \widehat{و(ح م ن)} = 90^\circ$

$\therefore \triangle AMN \equiv \triangle CMN$  وينتج من التطابق أن :

$\therefore \widehat{AB} = \widehat{CD}$  ،  $\therefore \widehat{AB} = \widehat{CD}$

$\therefore \widehat{MN}$  منتصف  $\widehat{AB}$  ،  $\therefore \widehat{MN} \perp \widehat{AB}$

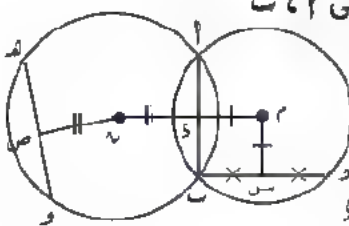
$\therefore \widehat{MN}$  منتصف  $\widehat{CD}$  ،  $\therefore \widehat{MN} \perp \widehat{CD}$

$\therefore \widehat{AB} = \widehat{CD}$  ،  $\therefore \widehat{MN} = \widehat{MN}$  ،  $\therefore \widehat{MN} \perp \widehat{AB}$  ،  $\widehat{MN} \perp \widehat{CD}$

وبطرح ① ، ③  $\widehat{AB} - \widehat{MN} = \widehat{CD} - \widehat{MN}$  ،  $\therefore \widehat{AB} = \widehat{CD}$

$\therefore \widehat{AB} = \widehat{CD}$

### ١٠ في الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

$\widehat{MN} \cap \widehat{AB} = \{و\}$

$\widehat{MN}$  منتصف  $\widehat{AB}$

$\widehat{MN} \perp \widehat{AB}$

$\widehat{MN} = \widehat{MN}$  ،  $\widehat{MN} = \widehat{MN}$

أثبت أن :  $\widehat{AB} = \widehat{CD}$

#### برهان

في الدائرة م

$\therefore \widehat{MN}$  منتصف  $\widehat{AB}$  ،  $\therefore \widehat{MN} \perp \widehat{AB}$

$\therefore \widehat{MN}$  خط المراكزين ،  $\widehat{AB}$  وتر مشترك

$\therefore \widehat{MN} \perp \widehat{AB}$

$\therefore \widehat{MN} = \widehat{MN}$  ،  $\therefore \widehat{AB} = \widehat{CD}$  ،  $\therefore \widehat{AB} = \widehat{CD}$



في الدائرة هـ

$\therefore \overline{نص} \perp \overline{اب} ، \overline{نص} \perp \overline{هو} ، نص = نو - نص$

$\therefore هو - اب \leftarrow ①$

من ①، ①  $\therefore حو = هو$

في الشكل المقابل :

اب ، ا ح وتران في الدائرة م

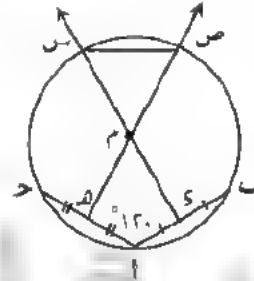
، و ، هـ منتصفا اب ، ا ح

رسم وم ، هـ فقطعا الدائرة

في س ، ص على الترتيب

و (ب ا ح) = ٩٢٠

اثبت أن :  $\Delta س ص م$  متساوي الأضلاع



في البرهان

$\therefore$  و منتصف اب  $\therefore م و \perp اب$  و (ا ح م) = ٩٠

$\therefore$  هـ منتصف ا ح  $\therefore م هـ \perp ا ح$  و (ا ح م) = ٩٠

$\therefore$  مجموع قياسات الشكل الرباعي الداخلة = ٣٦٠

$\therefore و (و م هـ) = ٣٦٠ - (٩٠ + ٩٠ + ١٢٠) = ٦٠$

$\therefore و س ، هـ م$  متقاطعين في م

$\therefore و (و م هـ) - و (و م س) = ٦٠$  بالتقابل بالرأس

،  $\therefore م س ، م و$  "انصاف اقطار"

$\therefore \Delta س ص م$  متساوي الأضلاع

في الشكل المقابل :

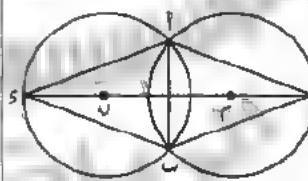
م هـ دائرتان متقاطعتان في ا ، ب

نقطة ح تقع على الدائرة م

نقطة و تقع على الدائرة هـ

و  $\supseteq م هـ ، و \supseteq م هـ$

اثبت أن : و (ا ح و) = و (ا و س)



في البرهان

$\therefore م هـ$  خط المركزين ، اب وتر مشترك

$\therefore م هـ$  محور تماثل اب  $\therefore ا ح - ب و ، ا و - س د$

في  $\Delta ا ح و ، ب و د$

① ا ح - ب و

② ا و - س د

③ و د ضلع مشترك  $\therefore \Delta ا ح و \equiv \Delta ب و د$

وينتج من التطابق أن : و (ا ح و) = و (ا و س)

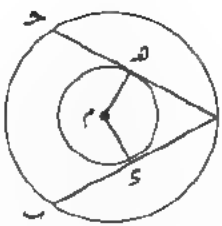
في الشكل المقابل :

دائرتان متحدتا المركز م

اب ، ا ح قطعتان مماستان

للدائرة الصغرى

اثبت أن : اب = ا ح



في البرهان

$\therefore$  ا ح مماس للدائرة م عند هـ ، م هـ نصف قطر

$\therefore م هـ \perp ا ح$

$\therefore$  اب مماس للدائرة م عند و ، م و نصف قطر

$\therefore م و \perp اب$

،  $\therefore م هـ = م و \therefore اب = ا ح$

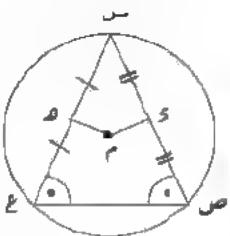
في الشكل المقابل :

م دائرة و (س ر ع) = و (س ر ع ص)

، و منتصف س ر ص

، هـ منتصف س ر ع

اثبت أن : و س - و هـ



في البرهان

في  $\Delta س ر ع$  : و (س ر ع) = و (س ر ع ص)

$\therefore و س = و هـ$

$\therefore$  و منتصف س ر ص  $\therefore م و \perp س ر ص$

$\therefore$  هـ منتصف س ر ع  $\therefore م هـ \perp س ر ع$

$\therefore و س = و هـ$

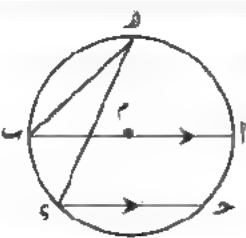
في الشكل المقابل :

اب قطر في الدائرة م

، اب // ح و

، و (ح و) = ٨٠

أوجد : و (هـ)



في البرهان

$\therefore$  اب قطر في الدائرة م

$\therefore و (ا ح ب) = ١٨٠ ، و (ح و) = ٨٠$

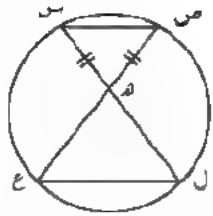
$\therefore و (ا ح) + و (س و) = ١٨٠ - ٨٠ = ١٠٠$

$\therefore$  اب // ح و  $\therefore و (ا و) = و (س و) = \frac{1}{2} \times ١٠٠ = ٥٠$

، و (هـ) محيطية مقابلة لـ (س و)

$\therefore و (هـ) = \frac{1}{2} و (س و) = \frac{1}{2} \times ٥٠ = ٢٥$





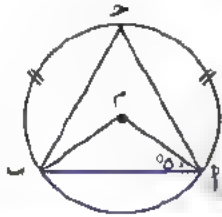
### ١٩) في الشكل المقابل :

مربع  $\cap$   $\overline{سل} = \{ه\}$   
 $هس = هص$  ،  
 أثبت أن :  $هع = هل$

#### 🔗 البرهان

- (١)  $هس = هص$   $\therefore$   $\widehat{هس} = \widehat{هص}$  (١)  
 (٢)  $\widehat{هص} = \widehat{ه}$  (٢) محيطتان مشتركتان في (س ع)  
 (٣)  $\widehat{هس} = \widehat{ه}$  (٣) محيطتان مشتركتان في (س ل)  
 من (١) ، (٢) ، (٣)

$$\therefore \widehat{ه} = \widehat{ه} \quad \therefore هع = هل$$

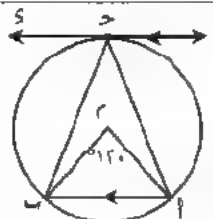


### ٢٠) في الشكل المقابل :

$\widehat{بم} = 50^\circ$   
 $\widehat{ب} = \widehat{س} = \widehat{ا}$  ،  
 أوجد :  $\widehat{ام}$

#### 🔗 البرهان

$$\begin{aligned} \therefore \widehat{ام} = \widehat{بم} = \widehat{نم} \\ \therefore \widehat{بم} = \widehat{نم} = \widehat{ا} = 50^\circ \\ \therefore \widehat{ام} = \widehat{نم} = 50^\circ - 50^\circ = 0^\circ \\ \therefore \widehat{ا} = \widehat{ب} = \widehat{س} = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ \\ \text{"محيطية ومركزية مشتركتان في (ب)"} \\ \therefore \widehat{ا} = \widehat{ب} = \widehat{س} = 90^\circ \\ \therefore \widehat{ا} = \widehat{ب} = \widehat{س} = 90^\circ \\ \therefore \widehat{ام} = \widehat{نم} = 50^\circ - 50^\circ = 0^\circ \end{aligned}$$

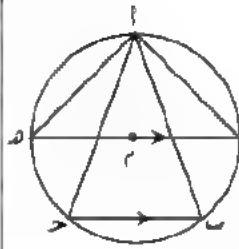


### ٢١) في الشكل المقابل :

$\widehat{ا} = \widehat{ب} = \widehat{س} = 120^\circ$   
 أثبت أن :  $\Delta$   $ا ب س$  متساوي الأضلاع

#### 🔗 البرهان

$$\begin{aligned} \therefore \widehat{ا} = \widehat{ب} = \widehat{س} = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ \\ \text{"محيطية ومركزية مشتركتان في (ب)"} \\ \therefore \widehat{ا} = \widehat{ب} = \widehat{س} = 60^\circ \\ \therefore \widehat{ا} = \widehat{ب} = \widehat{س} = 60^\circ \\ \therefore \Delta ا ب س \text{ متساوي الأضلاع} \end{aligned}$$

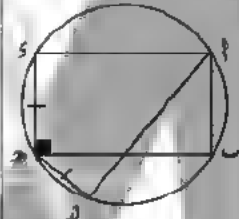


### ١٦) في الشكل المقابل :

$\overline{س د}$  قطر في دائرة مركزها م  
 $\overline{س د} \parallel \overline{ا ب}$  ،  $\widehat{ا ب س} = 40^\circ$   
 أوجد : ①  $\widehat{ا ب د}$   
 ②  $\widehat{ا ب د}$

#### 🔗 البرهان

$$\begin{aligned} \therefore \widehat{ا ب د} = 90^\circ \text{ "محيطية مرسومة في نصف دائرة"} \\ \therefore \widehat{ا ب د} \parallel \overline{ا ب} \therefore \widehat{ا ب د} = \widehat{ا ب د} = 40^\circ \\ \therefore \widehat{ا ب د} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ \\ \therefore \widehat{ا ب د} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ \\ \therefore \widehat{ا ب د} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ \\ \therefore \widehat{ا ب د} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ \end{aligned}$$

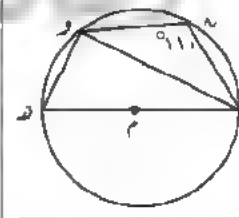


### ١٧) في الشكل المقابل :

$ا ب د$  مستطيل مرسوم داخل دائرة  
 رسم الوتر  $ا ب$  بحيث  $ا ب = ا د$   
 أثبت أن :  $ا ب = ا د$

#### 🔗 البرهان

$$\begin{aligned} \therefore \widehat{ا ب} = \widehat{ا د} \therefore \widehat{ا ب} = \widehat{ا د} \\ \therefore \widehat{ا ب} = \widehat{ا د} \therefore \widehat{ا ب} = \widehat{ا د} \\ \therefore \widehat{ا ب} = \widehat{ا د} \therefore \widehat{ا ب} = \widehat{ا د} \\ \therefore \widehat{ا ب} = \widehat{ا د} \therefore \widehat{ا ب} = \widehat{ا د} \end{aligned}$$



### ١٨) في الشكل المقابل :

$\overline{ا ب}$  قطر في الدائرة  
 $\widehat{ا ب د} = 110^\circ$   
 أوجد :  $\widehat{ا ب د}$

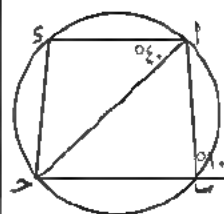
#### 🔗 البرهان

$$\begin{aligned} \therefore \widehat{ا ب د} = 90^\circ \text{ "محيطية مرسومة في نصف دائرة"} \\ \therefore \widehat{ا ب د} = 90^\circ - 110^\circ = -20^\circ \\ \therefore \widehat{ا ب د} = 90^\circ - 110^\circ = -20^\circ \\ \therefore \widehat{ا ب د} = 90^\circ - 110^\circ = -20^\circ \end{aligned}$$









### ٢٩ في الشكل المقابل :

و (أب) هـ - ١٠٠°

و (و أ س) - ٤٠°

أثبت أن : و (و س) = و (س أ)

### البرهان

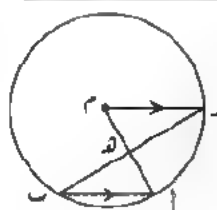
∴ أسو رباعي دائري

∴ و (أب) هـ (الخارجة) = و (س) الدخلة المقابلة

∴ و (أب) هـ = و (س) = ١٠٠°

∴ و (أ س) ح - ١٨٠ - ١٠٠ - ٤٠ = ٤٠°

∴ و (و أ ح) = و (و س أ) ∴ و (و س) = و (س أ)



### ٣٠ في الشكل المقابل :

أب وتر في الدائرة م ، ح م // أب

، {هـ} = م أ ∩ ح م

أثبت أن م هـ < م د

### البرهان

و (أب) ح = و (أ س) ح = ٦٠° ← ①

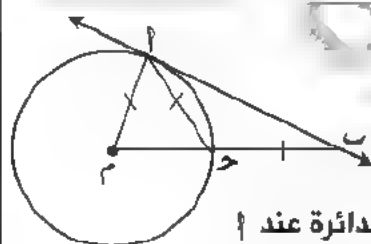
محيطية ومركزية مشتركتان في (أ ح)

∴ ح م // أب ، م أ قاطع لهما

∴ و (أ م) = و (أ ح) = ٦٠° بالتبادل ← ②

من ① ، ② ∴ و (أ م) < و (أ ح)

وبالتالي فإن م هـ < م د



### ٣١ في الشكل المقابل :

م دائرة

، م أ = م ب = ح م

أثبت أن : أ ب مماس للدائرة عند أ

### البرهان

∴ م أ = م ب = ح م ∴ ∆ أ ح م متساوي الأضلاع

∴ و (أ ح م) = ٦٠°

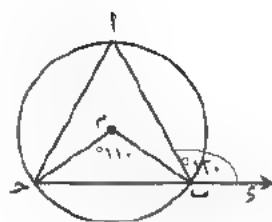
∴ و (أ ح م) = ١٨٠ - "زاوية مستقيمة"

∴ و (أ ح م) = ١٨٠ - ٦٠ = ١٢٠° ، و ب = و أ

و (أ ح م) = و (أ ح م) = ١٨٠ - ١٢٠ = ٦٠°

∴ و (أ ح م) = ٦٠° + ٣٠° = ٩٠°

∴ أ ب مماس للدائرة م عند أ



### ٢٧ في الشكل المقابل :

م دائرة ، و (أ س ح) = ١١٠°

و (أ س) ح = ١٢٠°

أوجد : و (أ ح م)

### البرهان

∴ و (أ ح م) = و (أ س ح) = ١١٠° = ٥٥°

محيطية ومركزية مشتركتان في (أ ح)

∴ و (أ س) ح = و (أ ح م) عن ∆ أ ب ح

∴ و (أ ح م) = و (أ س) ح = ١٢٠° - ٥٥° = ٦٥°

∴ و (أ ح م) = ٦٥°

∴ و (أ ح م) = و (أ ح م) = ١٨٠° - ١١٠° = ٧٠°

∴ و (أ ح م) = ٧٠° - ٥٥° = ١٥°

### ٢٨ في الشكل المقابل :

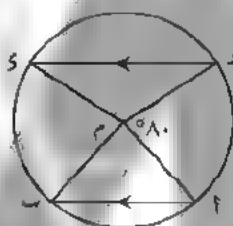
أ ب ، ح د وتران متوازيان في الدائرة

، طول نصف قطرها ١٥ سم

و (أ ح م) = ٨٠°

طول (أ ح) = طول (أ ب)

أوجد : و (أ م ب) ، و (أ ح د) وطول ح د



### البرهان

∴ و (أ ح د) = و (أ ح م) = ٨٠°

"قوس مقابل لزاوية مركزية"

∴ طول (أ ح) = طول (أ ب)

∴ و (أ ح د) = و (أ ح م) = ٨٠°

∴ و (أ ح م) = ٨٠° ، ∴ م ب = م ب

∴ و (أ م ب) = و (أ ح م) = ١٨٠° - ٨٠° = ١٠٠°

∴ و (أ ح د) = و (أ ح م) = ١٨٠° - ١٠٠° = ٨٠°

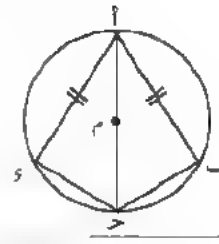
∴ و (أ ح د) = و (أ ح م) = ٨٠° - ٨٠° = ٠°

∴ و (أ ح د) = ٣٦٠° - (٨٠° + ٨٠° + ٨٠°) = ١٢٠°

∴ طول ح د = ٣١,٤ = ١٥ × ٢/٧ × ٢ × ١٢/٣٦°



### ٢٢) في الشكل المقابل :



أو قطر في الدائرة م

$$AB = DC$$

أثبت أن :  $\angle(BOC) - \angle(DOE)$

### البرهان

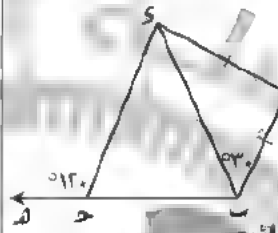
$\therefore$  أو قطر في الدائرة م

$$\angle(BOC) - \angle(DOE) \leftarrow ①$$

$$AB = DC \therefore \angle(BOC) - \angle(DOE) \leftarrow ②$$

من ① ، ② وبالطرح :  $\therefore \angle(BOC) = \angle(DOE)$

### ٢٣) في الشكل المقابل :



أو شكل رباعي

$$AB = DC, \angle(BOC) = 120^\circ$$

$$\angle(DOE) = 120^\circ$$

أثبت أن : الشكل الرباعي دائري

### البرهان

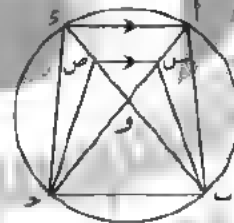
$$\therefore AB = DC \therefore \angle(BOC) = \angle(DOE) = 120^\circ$$

$$\angle(BOC) = 120^\circ \therefore \angle(BOC) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\therefore \angle(BOC) = \angle(DOE) \therefore \angle(BOC) = \angle(DOE)$$

$\therefore$  الشكل الرباعي دائري

### ٢٤) في الشكل المقابل :



أو شكل رباعي دائري

تقاطع قطراه في و

$$AB = DC, \angle(BOC) = \angle(DOE)$$

$$\text{حيث : } \overline{BC} \parallel \overline{AD}$$

أثبت أن : الشكل الرباعي دائري

### البرهان

$$\therefore \angle(BOC) = \angle(DOE) \leftarrow ①$$

"وهما مرسومتان على القاعدة  $\overline{AB}$  وفي جهة واحدة"

$$\therefore \overline{BC} \parallel \overline{AD}$$

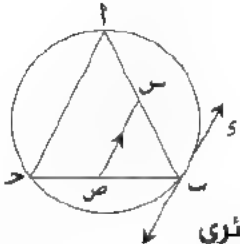
$$\therefore \angle(BOC) = \angle(DOE) \text{ بالتناظر } \leftarrow ②$$

$$\text{من ① ، ② } \therefore \angle(BOC) = \angle(DOE)$$

"وهما مرسومتان على القاعدة  $\overline{BC}$  وفي جهة واحدة"

$\therefore$  الشكل الرباعي دائري

### ٢٥) في الشكل المقابل :



$\overline{BC} \parallel \overline{AD}$  مماس للدائرة عند ب

$$AB = DC, \angle(BOC) = \angle(DOE)$$

$$\overline{BC} \parallel \overline{AD}$$

أثبت أن : الشكل الرباعي دائري

### البرهان

$$\therefore \overline{BC} \parallel \overline{AD}, \overline{AB} \text{ قاطع لهما}$$

$$\therefore \angle(BOC) = \angle(DOE) \text{ بالتبادل } \leftarrow ①$$

$$\therefore \angle(BOC) = \angle(DOE) \leftarrow ②$$

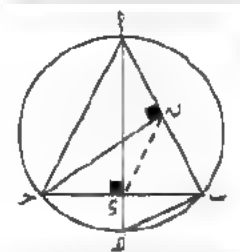
محيطية ومماسية مشتركتان في  $(\overline{AB})$

$$\text{من ① ، ② } \therefore \angle(BOC) = \angle(DOE)$$

$\therefore$  (ص) (ص) خارجة عن الشكل الرباعي

$\therefore$  الشكل الرباعي دائري

### ٢٦) في الشكل المقابل :



$$AB \perp DC, \angle(BOC) = \angle(DOE)$$

أثبت أن :

$$\text{① الشكل الرباعي دائري}$$

$$\text{② } \angle(BOC) = \angle(DOE)$$

### البرهان

$$\therefore AB \perp DC \therefore \angle(BOC) = 90^\circ$$

$$\therefore \angle(BOC) = 90^\circ \therefore \angle(BOC) = 90^\circ$$

$$\therefore \angle(BOC) = \angle(DOE)$$

"وهما مرسومتان على القاعدة  $\overline{AB}$  وفي جهة واحدة"

$\therefore$  الشكل الرباعي دائري

ومن الشكل الرباعي الدائري  $\angle(BOC) = \angle(DOE)$

$$\therefore \angle(BOC) = \angle(DOE) \leftarrow ①$$

$$\therefore \angle(BOC) = \angle(DOE) \leftarrow ②$$

"محيطيتان مشتركتان في  $(\overline{AB})$ "

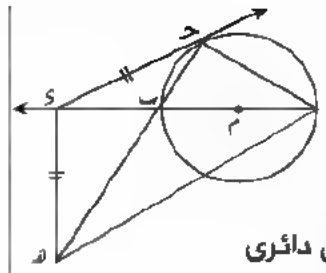
$$\text{من ① ، ② } \therefore \angle(BOC) = \angle(DOE)$$



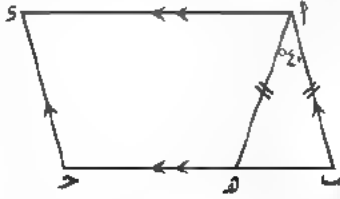




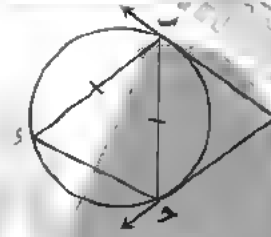
٤٧ في الشكل المقابل :  
 $\widehat{ABP}$  قطر ،  $\widehat{APB} \supset \widehat{APB}$   
 $\widehat{APB}$  مماساً للدائرة عند  $P$   
 $\widehat{APB} \supset \widehat{APB}$  بحيث  $\widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 أثبت أن : الشكل  $APB$  رباعي دائري  
 البرهان :  
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 في الدائرة  $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$



٤٨ في الشكل المقابل :  
 $\widehat{APB}$  متوازي أضلاع ،  $\widehat{APB} \supset \widehat{APB}$   
 بحيث  $\widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 أولاً :  $\widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 ثانياً : أثبت أن الشكل  $APB$  رباعي دائري  
 البرهان :  
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$

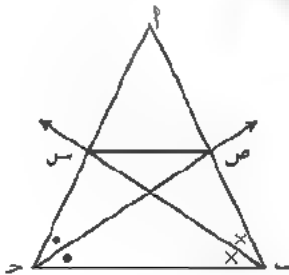


٤٩ في الشكل المقابل :  
 $\widehat{APB}$  ،  $\widehat{APB}$  مماسان للدائرة  
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$

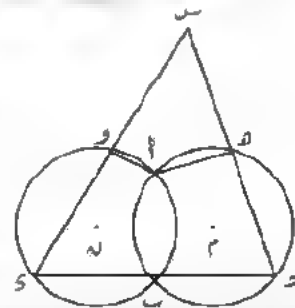


٥٠ في الشكل المقابل :  
 $\widehat{APB}$  ،  $\widehat{APB}$  مماسان للدائرة  
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$

٥١ في الشكل المقابل :  
 $\widehat{APB}$  ،  $\widehat{APB}$  مماسان للدائرة  
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$



٥٢ في الشكل المقابل :  
 $\widehat{APB}$  ،  $\widehat{APB}$  مماسان للدائرة  
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$



٥٣ في الشكل المقابل :  
 $\widehat{APB}$  ،  $\widehat{APB}$  مماسان للدائرة  
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$

٥٤ في الشكل المقابل :  
 $\widehat{APB}$  ،  $\widehat{APB}$  مماسان للدائرة  
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$

٥٥ في الشكل المقابل :  
 $\widehat{APB}$  ،  $\widehat{APB}$  مماسان للدائرة  
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$   
 $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APB}$



$$\therefore \widehat{Q}(\widehat{S} \widehat{P} \widehat{V}) = \widehat{Q}(\widehat{V} \widehat{S} \widehat{P})$$

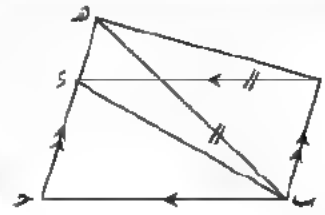
وهما مرسومتان على القاعدة  $\overline{SV}$  وفي جهة واحدة  
 $\therefore$   $\widehat{P}$  رباعي دائري

٤٧ في الشكل المقابل :

$\widehat{P}$  متوازي أضلاع

$$\widehat{P} \supset \widehat{Q}$$

$$\text{بحيث : } \widehat{P} = \widehat{Q}$$



أثبت أن : الشكل  $\widehat{P}$  رباعي دائري

برهان

$\therefore \widehat{P}$  متوازي أضلاع

$$\therefore \widehat{P}(\widehat{Q}) = \widehat{P}(\widehat{R}) \quad \text{--- ①}$$

$$\therefore \widehat{P} = \widehat{Q}, \widehat{P} = \widehat{R} \quad \therefore \widehat{P} = \widehat{Q} = \widehat{R}$$

$$\therefore \widehat{Q}(\widehat{P}) = \widehat{Q}(\widehat{R}) \quad \text{--- ②}$$

$$\text{من ①، ②} \quad \therefore \widehat{Q}(\widehat{P}) = \widehat{Q}(\widehat{R})$$

وهما مرسومتان على القاعدة  $\overline{SR}$  وفي جهة واحدة

$\therefore \widehat{P}$  رباعي دائري

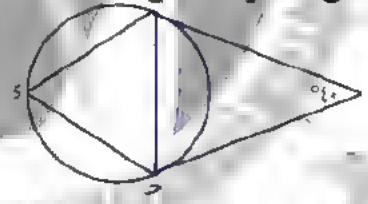
٤٨ في الشكل المقابل :

$\widehat{P}$ ،  $\widehat{Q}$  قطعتان مماستان للدائرة

عند  $\widehat{P}$ ،  $\widehat{Q}$

$$\widehat{Q}(\widehat{P}) = 40^\circ$$

أوجد :  $\widehat{Q}(\widehat{S} \widehat{Q})$



برهان

$\therefore \widehat{P}$ ،  $\widehat{Q}$  قطعتان مماستان عند  $\widehat{P}$ ،  $\widehat{Q}$

$$\therefore \widehat{P} = \widehat{Q}$$

$$\therefore \widehat{Q}(\widehat{P}) - \widehat{Q}(\widehat{R}) = \widehat{Q}(\widehat{S}) - \widehat{Q}(\widehat{T})$$

$$\therefore \widehat{Q}(\widehat{P}) = \widehat{Q}(\widehat{S}) = 70^\circ$$

"محيطية ومماسية مشتركتان في  $\widehat{P}$ "

٤٩ في الشكل المقابل :

$\widehat{P}$ ،  $\widehat{Q}$  قطعتان مماستان للدائرة  $\widehat{M}$

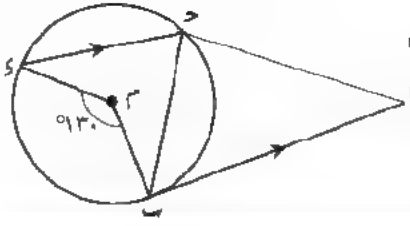
$$\widehat{P} \parallel \widehat{Q}$$

$$\widehat{Q}(\widehat{M} \widehat{P}) = 130^\circ$$

① أثبت أن :

$\widehat{P}$  ينصف  $\widehat{Q}$

② أوجد :  $\widehat{Q}(\widehat{P})$



برهان

$$\therefore \widehat{Q}(\widehat{P}) = \widehat{Q}(\widehat{M} \widehat{P}) = 65^\circ$$

"محيطية ومركزية مشتركتان في  $\widehat{P}$ "

$$\therefore \widehat{P} \parallel \widehat{Q}$$

$$\therefore \widehat{Q}(\widehat{P}) = \widehat{Q}(\widehat{M} \widehat{P}) = 65^\circ \quad \text{--- بالتبادل --- ①}$$

$\therefore \widehat{P}$ ،  $\widehat{Q}$  قطعتان مماستان عند  $\widehat{P}$ ،  $\widehat{Q}$

$$\therefore \widehat{P} = \widehat{Q}$$

$$\therefore \widehat{Q}(\widehat{P}) = \widehat{Q}(\widehat{M} \widehat{P}) = 65^\circ \quad \text{--- ②}$$

$\therefore \widehat{P}$  ينصف  $\widehat{Q}$

$\therefore$  مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث  $= 180^\circ$

$$\therefore \widehat{Q}(\widehat{P}) = 180^\circ - 65^\circ - 65^\circ = 50^\circ$$

٥٠ في الشكل المقابل :

$\widehat{P}$  مثلث مرسوم داخل دائرة  $\widehat{M}$

$\widehat{P}$ ،  $\widehat{Q}$  نصفى قطرين فيهما

$$\widehat{Q}(\widehat{M} \widehat{P}) = 30^\circ, \widehat{Q}(\widehat{P}) = 30^\circ$$

أوجد :

$$\widehat{Q}(\widehat{M} \widehat{P}), \widehat{Q}(\widehat{P} \widehat{M}), \widehat{Q}(\widehat{M} \widehat{Q}), \widehat{Q}(\widehat{P} \widehat{Q})$$

برهان

$$\therefore \widehat{P} = \widehat{Q} \quad \text{"أنصاف أقطار"}$$

$$\therefore \widehat{Q}(\widehat{M} \widehat{P}) = \widehat{Q}(\widehat{P} \widehat{M}) = 30^\circ$$

$$\therefore \widehat{Q}(\widehat{P} \widehat{M}) = \widehat{Q}(\widehat{M} \widehat{Q}) = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$$

$$\therefore \widehat{Q}(\widehat{P} \widehat{Q}) = \widehat{Q}(\widehat{M} \widehat{Q}) - \widehat{Q}(\widehat{M} \widehat{P}) = 120^\circ - 30^\circ = 90^\circ$$

"محيطية ومركزية مشتركتان في  $\widehat{P}$ "

$\therefore \widehat{P}$  رباعي دائري

$$\therefore \widehat{Q}(\widehat{P} \widehat{M}) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\therefore \widehat{Q}(\widehat{P} \widehat{Q}) = \widehat{Q}(\widehat{M} \widehat{Q}) = 120^\circ \times 2 = 240^\circ$$











### ٦٠ في الشكل المقابل :

أ ب ، أ ح قطعتان مماستان

للدائرة عند ب ، ح

$$\angle \hat{A} = 70^\circ$$

$$\angle \hat{C} = 125^\circ$$

أثبت أن : ①  $\widehat{BC}$  ينصف  $\widehat{AC}$  (هـ)

②  $\widehat{AB} = \widehat{BC}$

### البرهان

∴ أ ب ، أ ح قطعتان مماستان عند ب ، ح

$$\therefore \widehat{AB} = \widehat{AC}$$

$$\therefore \angle \hat{C} = \angle \hat{B} = \frac{360^\circ - 70^\circ}{2} = 145^\circ$$

∴  $\widehat{BC}$  ربعي دائري

$$\therefore \angle \hat{C} + \angle \hat{B} = 180^\circ$$

$$\therefore \angle \hat{C} = 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ$$

$$\therefore \angle \hat{C} = \angle \hat{B} = 35^\circ$$

∴  $\widehat{BC}$  ينصف  $\widehat{AC}$  (هـ)

$$\therefore \angle \hat{C} = \angle \hat{B} = 35^\circ$$

"محيطية ومركزية مشتركتان في  $\widehat{BC}$ "

$$\therefore \angle \hat{C} = \angle \hat{B} \quad \therefore \widehat{AB} = \widehat{BC}$$

### ٦١ في الشكل المقابل :

أ ب قطر في دائرة م

$$\angle \hat{C} = \angle \hat{D}$$

$$\angle \hat{C} = 140^\circ$$

أوجد : ①  $\angle \hat{A}$

②  $\angle \hat{B}$

### البرهان

∴ أ ب ربعي دائري ∴  $\angle \hat{A} + \angle \hat{C} = 180^\circ$

$$\therefore \angle \hat{A} = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

∴ أ ب قطر في الدائرة م

∴  $\angle \hat{A} = 90^\circ$  "محيطية مرسومة في نصف دائرة"

$$\therefore \angle \hat{C} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

$$\therefore \angle \hat{C} = \angle \hat{D} \quad \therefore \widehat{AB} = \widehat{CD}$$

$$\therefore \angle \hat{C} = \angle \hat{D} = \frac{360^\circ - 140^\circ - 180^\circ}{2} = 20^\circ$$

$$\therefore \angle \hat{B} = 20^\circ + 50^\circ = 70^\circ$$

### ٦٢ في الشكل المقابل :

أ ب قطر في دائرة م

،  $\widehat{AC}$  مماس للدائرة عند ح

رسم  $\widehat{AD} \perp \widehat{AB}$

بحيث :  $\widehat{AD} \cap \widehat{BC} = \{O\}$

أثبت أن :

① الشكل أ د و ح ربعي دائري

② المثلث د ح و متساوي الساقين

### البرهان

∴  $\angle \hat{A} = 90^\circ$  "مرسومة في نصف دائرة"

$$\therefore \widehat{AD} \perp \widehat{AB} \quad \therefore \angle \hat{D} = \angle \hat{C} = 90^\circ$$

∴  $\angle \hat{D} = \angle \hat{C}$  الخارجية =  $\angle \hat{C}$  الداخلية المقابلة

∴ أ د و ح ربعي دائري

$$\therefore \angle \hat{D} = \angle \hat{C} = \angle \hat{A} \quad \leftarrow ①$$

"مماسية ومحيطية مشتركتان في  $\widehat{BC}$ "

ومن الشكل الرباعي الدائري أ د و ح

$$\therefore \angle \hat{D} = \angle \hat{C} = \angle \hat{A} \quad \leftarrow ②$$

من ① ، ② ∴  $\Delta$  د ح و متساوي الساقين

### ٦٣ في الشكل المقابل :

أ ح قطر في دائرة م

$$\angle \hat{C} = 50^\circ$$

$$\angle \hat{D} = 60^\circ$$

أوجد بالبرهان :

$$\angle \hat{C} = \angle \hat{D} = \angle \hat{A}$$

### البرهان

∴ أ ح قطر في الدائرة م

∴  $\angle \hat{A} = 90^\circ$  "محيطية مرسومة في نصف دائرة"

$$\therefore \angle \hat{C} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

$$\therefore \angle \hat{C} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

$$\therefore \angle \hat{C} = \angle \hat{D} = \angle \hat{A} = 40^\circ$$

"محيطيتان مشتركتان في  $\widehat{CD}$ "

$$\therefore \angle \hat{C} = \angle \hat{D} = 40^\circ + 30^\circ = 70^\circ$$



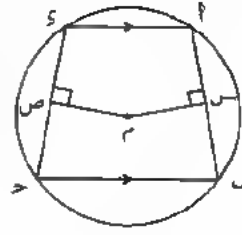
### ٦٤ في الشكل المقابل :

دائرة م فيها :

أ س // ب ح

م س ⊥ أ ب ، م ص ⊥ ح د

أثبت أن : م س = م ص



### البرهان

∴ أ س // ب ح

① ∴ ∠(أ ب) = ∠(و ح) ∴ أ ب = و ح

② ∴ م س ⊥ أ ب ، م ص ⊥ و ح

∴ م س = م ص

### ٦٥ في الشكل المقابل :

س ر ص ، س ر ع مماسان

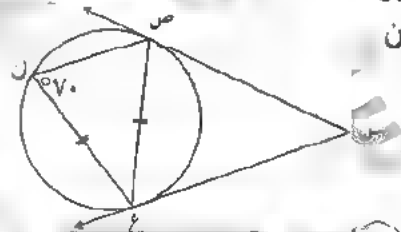
للدائرة عند ص ، ع

ص ع = ل ع

∴ ∠(ن) = ٧٠°

① أوجد بالبرهان : ∠(س ر)

② أثبت أن : س ر ع // ص ل



### البرهان

∴ ∠(ص ع س) = ∠(ص ل ع) = ٧٠°

"مماسية ومحيطية مشتركتان في (ص ع)"

∴ س ر ص ، س ر ع مماسان للدائرة عند ص ، ع

∴ س ر ص = س ر ع

∴ ∠(س ر ص) = ∠(س ر ع) = ٧٠°

∴ ∠(س) = ١٨٠° - ٧٠° - ٧٠° = ٤٠°

∴ ص ع = ل ع

∴ ∠(ع ص ل) = ∠(ع ل ص) = ٧٠°

∴ ∠(ع ص ل) = ∠(ع ل ص) = ٧٠° "في وضع تبادل"

∴ س ر ع // ص ل

### ٦٦ في الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان متطابقتان رسم أ ب // ح د

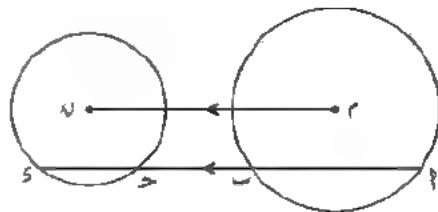
قطع الدائرة م

في أ ، ب

وقطع الدائرة ن

في ح ، د

أثبت أن : أ ح = ب د



العمل في نرسم م ه ⊥ أ ب ، ن و ⊥ ح د

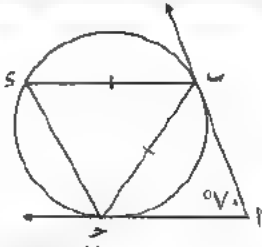
البرهان

∴ ه و // م ن ، م ه ⊥ أ ب ، ن و ⊥ ح د

∴ م ه // ن و ∴ الشكل م ن و ه مستطيل

∴ م ه = ن و ، ∴ م ، ن دائرتان متطابقتان

∴ أ ب = ح د وبإضافة س د للطرفين ∴ أ ح = ب د



### ٦٧ في الشكل المقابل :

أ ب ، ح د مماسان للدائرة م

∴ ∠(ب أ ح) = ٧٠°

أوجد : ∠(أ ب د)

### البرهان

∴ أ ب ، ح د مماسان للدائرة م

∴ ∠(أ ب د) = ١٨٠° - ٧٠° - ٥٥° = ٥٥°

∴ ∠(ب د ح) = ∠(ب د أ) = ٥٥°

"مماسية ومحيطية مشتركتان في (ب د)"

∴ ب د = ب د

∴ ∠(ب د ح) = ∠(ب د أ) = ٥٥°

∴ ∠(ب د ح) = ١٨٠° - ٥٥° - ٥٥° = ٧٠°

∴ ∠(ب د ح) = ٧٠° + ٥٥° = ١٢٥°

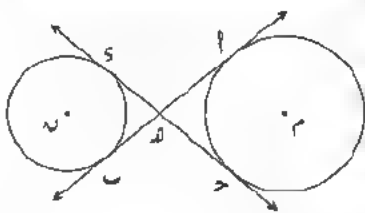
### ٦٨ في الشكل المقابل :

أ ب ، ح د مماسان

للدائرتين م ، ن

أثبت أن :

أ ب = ح د



### البرهان

∴ أ ب ، ح د مماسان للدائرة م

∴ أ ب = ح د

∴ أ ب ، ح د مماسان للدائرة ن

∴ أ ب = ح د

بجمع ① ، ②

∴ أ ب + ح د = ح د + ح د

∴ أ ب = ح د

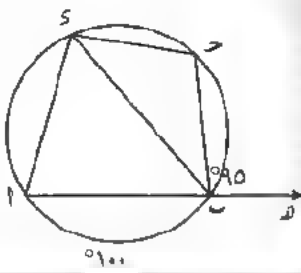


## البرهان ٦٦

∴  $\widehat{S}$  منتصف  $\widehat{AC}$   
 ∴  $\widehat{SM} \perp \widehat{AC}$  ∴  $\widehat{S}(\widehat{A\widehat{S}M}) = 90^\circ$   
 ∴  $\widehat{SM}$  مماس للدائرة  $\widehat{M}$  عند  $\widehat{S}$   
 ،  $\widehat{SM}$  نصف قطر

∴  $\widehat{SM} \perp \widehat{SM}$  ∴  $\widehat{S}(\widehat{M\widehat{S}M}) = 90^\circ$   
 ∴  $\widehat{S}(\widehat{A\widehat{S}M}) = \widehat{S}(\widehat{M\widehat{S}M})$   
 وهما مرسومتان على القاعدة  $\widehat{AM}$  وفي جهة واحدة  
 ∴  $\widehat{ASM}$  رباعي دائري

ومن الرباعي الدائري  
 ∴  $\widehat{S}(\widehat{A\widehat{S}M}) = \widehat{S}(\widehat{M\widehat{S}M})$  مرسومتان على القاعدة  $\widehat{SM}$   
 ∴  $\widehat{S}(\widehat{A\widehat{S}M}) = \widehat{S}(\widehat{M\widehat{S}M})$   
 "مركزية ومحيطية مشتركتان في  $(\widehat{SM})$ "  
 ∴  $\widehat{S}(\widehat{A\widehat{S}M}) = \widehat{S}(\widehat{M\widehat{S}M})$



## ٧٧ في الشكل المقابل :

$\widehat{AB}$  جزء شكل رباعي

مرسوم داخل دائرة

∴  $\widehat{S}(\widehat{A\widehat{S}M}) = 90^\circ$

، ∴  $\widehat{S}(\widehat{B\widehat{S}M}) = 90^\circ$

أوجد :  $\widehat{S}(\widehat{A\widehat{S}M})$

## البرهان ٦٧

∴  $\widehat{AB}$  رباعي دائري  
 ∴  $\widehat{S}(\widehat{A\widehat{S}M}) = \widehat{S}(\widehat{B\widehat{S}M})$  الخارجية =  $\widehat{S}(\widehat{A\widehat{S}M})$  الداخلية المقابلة  
 ∴  $\widehat{S}(\widehat{A\widehat{S}M}) = 90^\circ$   
 ∴  $\widehat{S}(\widehat{A\widehat{S}M}) = 90^\circ - \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$   
 ∴  $\widehat{S}(\widehat{B\widehat{S}M}) = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$

(٧٣) أوجد قياس القوس الذي يمثل ثلث قياس الدائرة

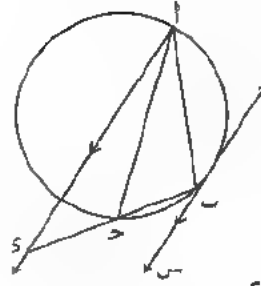
ثم أحسب طول هذا القوس إذا كان طول نصف قطر

الدائرة ٢١ سم ( $\pi = \frac{22}{7}$ )

## الحل

قياس القوس =  $\frac{1}{3} \times 360^\circ = 120^\circ$

طول القوس =  $\frac{120^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 21 = 44$  سم



## ٦٩ في الشكل المقابل :

$\Delta ABC$  مرسوم داخل دائرة

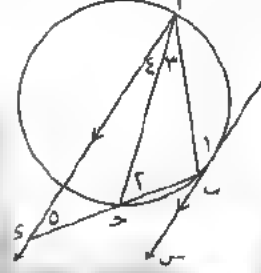
$\widehat{SM}$  مماس للدائرة عند  $\widehat{S}$

،  $\widehat{SA} \parallel \widehat{SM}$

اثبت أن :

$\widehat{AB}$  مماسة للدائرة برؤوس  $\Delta ABC$

## البرهان ٦٨



∴  $\widehat{SA} \parallel \widehat{SM}$

∴  $\widehat{S}(\widehat{A\widehat{S}M}) = \widehat{S}(\widehat{M\widehat{S}M})$

، ∴  $\widehat{S}(\widehat{A\widehat{S}M}) = \widehat{S}(\widehat{M\widehat{S}M})$  خارجية عن  $\Delta ABC$

∴  $\widehat{S}(\widehat{A\widehat{S}M}) = \widehat{S}(\widehat{M\widehat{S}M})$

ولكن :  $\widehat{S}(\widehat{A\widehat{S}M}) = \widehat{S}(\widehat{M\widehat{S}M})$

"مماسية ومحيطية مشتركتان في  $(\widehat{SM})$ "

∴  $\widehat{S}(\widehat{A\widehat{S}M}) = \widehat{S}(\widehat{M\widehat{S}M})$

∴  $\widehat{S}(\widehat{A\widehat{S}M}) = \widehat{S}(\widehat{M\widehat{S}M})$

∴  $\widehat{AB}$  مماسة للدائرة المارة برؤوس  $\Delta ABC$

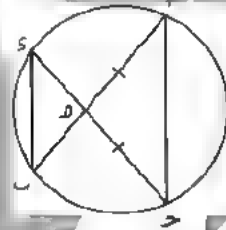
## ٧٠ في الشكل المقابل :

$\widehat{AB}$  ،  $\widehat{CD}$  وتران متساويان

في الطول في الدائرة

،  $\widehat{AB} \cap \widehat{CD} = \widehat{H}$

اثبت أن :  $\Delta ACH$  متساوي الساقين



## البرهان ٦٩

∴  $\widehat{AB} = \widehat{CD}$   
 ∴  $\widehat{S}(\widehat{A\widehat{S}M}) = \widehat{S}(\widehat{B\widehat{S}M})$  وبطرح  $\widehat{S}(\widehat{A\widehat{S}M})$  من الطرفين  
 ∴  $\widehat{S}(\widehat{A\widehat{S}M}) = \widehat{S}(\widehat{B\widehat{S}M})$   
 ∴  $\widehat{S}(\widehat{A\widehat{S}M}) = \widehat{S}(\widehat{B\widehat{S}M})$

"محيطيتان مقابلتان لقوسين متساويين في القياس"

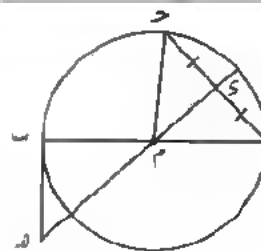
∴  $\Delta ACH$  متساوي الساقين

## ٧١ في الشكل المقابل :

$\widehat{AB}$  قطر في الدائرة  $\widehat{M}$

،  $\widehat{SM}$  مماس عند  $\widehat{S}$

،  $\widehat{S}$  منتصف  $\widehat{AC}$

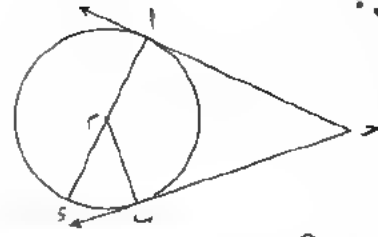


① اثبت أن :  $\widehat{ASM}$  رباعي دائري

②  $\widehat{S}(\widehat{A\widehat{S}M}) = \widehat{S}(\widehat{M\widehat{S}M})$



#### ٧٤) في الشكل المقابل :



أ ب قطر في الدائرة م

ح د ، ح د ، ح د

مماسان للدائرة

عند أ ، ب

أثبت أن :  $\angle (ب م د) = \angle (أ ح ب)$

#### البرهان

∴  $\overline{ح أ}$  مماس للدائرة م عند أ ،  $\overline{أ م}$  نصف قطر

∴  $\overline{أ م} \perp \overline{ح أ}$  ∴  $\angle (ح أ م) = 90^\circ$

∴  $\overline{ح ب}$  مماس للدائرة م عند ب ،  $\overline{ب م}$  نصف قطر

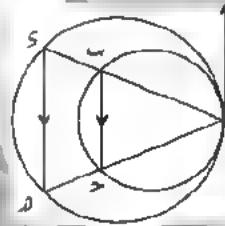
∴  $\overline{ب م} \perp \overline{ح ب}$  ∴  $\angle (ح ب م) = 90^\circ$

∴  $\angle (ح أ م) + \angle (ح ب م) = 180^\circ$

∴ أ ب م رباعي دائري

∴  $\angle (ب م د) \text{ الخارجة} = \angle (أ ح ب) \text{ الداخلة المقابلة}$

#### ٧٥) في الشكل المقابل



دائرتان متماستان

من الداخل في أ

،  $\overline{أ ب}$  مماس مشترك لهما

أثبت أن :  $\overline{ب د} \parallel \overline{د ه}$

#### البرهان

في الدائرة الصغرى

∴  $\angle (ب أ د) = \angle (أ ح ب)$  ①

"مماسية ومحيطية مشتركتان في (أ)"

في الدائرة الكبرى

∴  $\angle (ب أ د) - \angle (أ ه د) = 0^\circ$  ②

"مماسية ومحيطية مشتركتان في (أ)"

∴  $\angle (أ ح ب) = \angle (أ ه د)$  وهما في وضع تناظر

∴  $\overline{ب د} \parallel \overline{د ه}$

#### ٧٦) في الشكل المقابل :

أ ح ، أ ب مماسان للدائرة

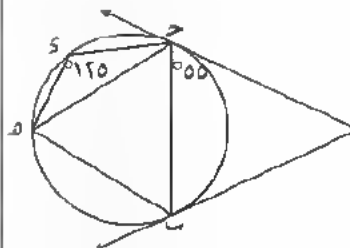
عند ح ، ب

،  $\angle (أ ح ب) = 55^\circ$

،  $\angle (ح د ه) = 125^\circ$

① أثبت أن :  $\overline{أ ح} \parallel \overline{ب ه}$

② أثبت أن :  $\angle ح = \angle ه$



#### البرهان

∴ ح ب د رباعي دائري

∴  $\angle (ح د ه) + \angle (ح ب ه) = 180^\circ$

∴  $\angle (ح ب ه) = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$

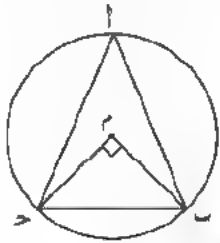
∴  $\angle (أ ح ب) = \angle (ح ب ه)$  وهما في وضع تبادل

∴  $\overline{أ ح} \parallel \overline{ب ه}$  (أولاً)

∴  $\angle (ح د ب) = \angle (أ ح ب) = 55^\circ$  "مماسية ومحيطية"

∴  $\angle ح = \angle ه$  (ثانياً)

#### ٧٧) في الشكل المقابل :



م دائرة

حيث (ب م ح) قائمة

أثبت أن :

$\angle (م ح د) = \angle (ب أ ح)$

#### البرهان

∴  $\angle (ب أ ح) = \frac{1}{2} \angle (ب م ح) = 45^\circ$  ①

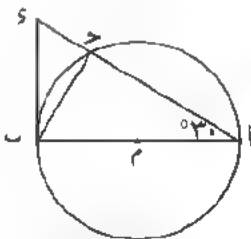
"محيطية ومركزية مشتركتان في (ب)"

∴  $\angle م = \angle ب = 90^\circ$

∴  $\angle (م ح د) = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$  ②

من ① ، ② ∴  $\angle (ب أ ح) = \angle (م ح د)$

#### ٧٨) في الشكل المقابل :



أ ب قطر في الدائرة م

،  $\overline{ب د}$  مماس يقطع أ ح في د

،  $\angle (أ ب د) = 30^\circ$

أثبت أن :

$\overline{أ ب}$  مماس للدائرة المارة برؤوس  $\triangle ب ح د$

#### البرهان

∴ أ ب قطراً في الدائرة م

∴  $\angle (أ ح ب) = 90^\circ$  "محيطية مرسومة في نصف دائرة"

∴  $\angle (ح ب د) = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$  ①

∴  $\overline{ب د}$  مماس للدائرة عند ب ،  $\overline{ب م}$  نصف قطر

∴  $\overline{ب م} \perp \overline{ب د}$  ∴  $\angle (ب م د) = 90^\circ$

∴  $\angle (ب د ه) = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$  ②

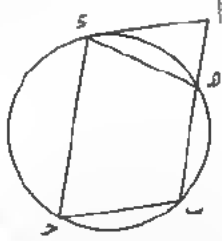
∴  $\angle (ح ب د) = \angle (ب د ه)$

∴  $\overline{أ ب}$  مماس للدائرة المارة برؤوس  $\triangle ب ح د$



٧٩ في الشكل المقابل :  
 $\widehat{C} = 90^\circ$  "محيطية مرسومة في نصف دائرة"  
 $\widehat{A} \parallel \widehat{B}$

و. (ب) = (ج) = (د) = (هـ) =  $50^\circ$  بالتناظر  
 و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) = (هـ) =  $50^\circ$   
 و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) = (هـ) =  $50^\circ$



٨٧ في الشكل المقابل :  
 أ ب ح د متوازي أضلاع  
 أثبت أن :  
 $\widehat{A} = \widehat{D}$

البرهان :

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$

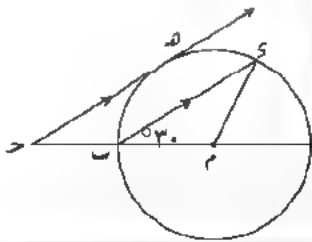
و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$

من ١ ، ٢

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$



٨٨ في الشكل المقابل :  
 $\widehat{C} = 30^\circ$   
 $\widehat{A} \parallel \widehat{B}$   
 أ ب ح د متوازي أضلاع  
 أثبت أن :  
 $\widehat{A} = \widehat{D}$

البرهان :

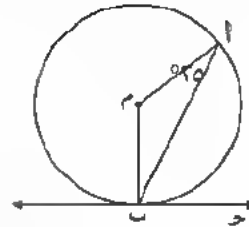
و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$



البرهان :

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$

"مماسية ومركزية مشتركتان في (أ) "

٨٠ في الشكل المقابل :

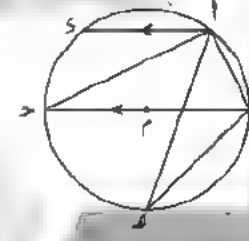
أ ب ح د متوازي أضلاع

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$



البرهان :

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$

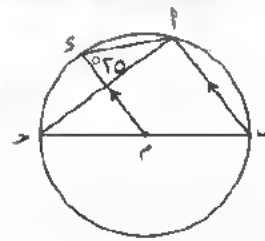
٨١ في الشكل المقابل :

أ ب ح د متوازي أضلاع

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$



البرهان :

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$

و. (أ) = (ب) = (ج) = (د) =  $50^\circ$



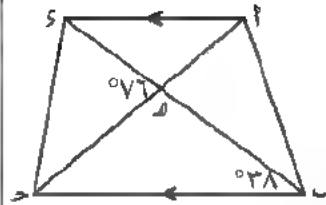
### ٨٤ في الشكل المقابل :

أحسب شكل رباعي فيه :

$$\widehat{و(هـ د ح)} = 76^\circ$$

$$\widehat{و(د س ح)} = 38^\circ$$

أثبت أن : أحسب رباعي دائري



### أو البرهان

∴  $\widehat{و(هـ د ح)}$  خارجة عن  $\Delta هـ ب ح$

$$\therefore \widehat{و(د هـ ج)} = \widehat{و(د س ح)} + \widehat{و(هـ د ح)}$$

$$\therefore \widehat{و(هـ د ح)} = 38^\circ - 76^\circ = 38^\circ$$

$$\therefore \widehat{و(د س ح)} = 38^\circ$$

$$\therefore \widehat{و(أ د ب)} = \widehat{و(د س ح)} = 38^\circ \text{ بالتبادل}$$

$$\therefore \widehat{و(أ د ب)} = \widehat{و(د س ح)} = 38^\circ$$

وهما مرسومتان على القاعدة  $\overline{أ ب}$  وفي جهة واحدة

∴ أحسب رباعي دائري

### ٨٥ في الشكل المقابل :

أحسب شكل رباعي

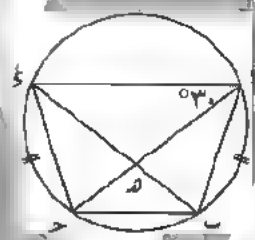
مرسوم داخل دائرة م

فإذا كان :  $\widehat{و(أ ب)} = \widehat{و(د ح)}$

$$\widehat{و(أ ح)} = 30^\circ$$

١ أثبت أن :  $أ ح = ب د$

٢ أوجد  $\widehat{و(أ هـ د)}$



### أو البرهان

$$\therefore \widehat{و(أ ب)} = \widehat{و(د ح)} \text{ وبإضافة } \widehat{و(ب ح)} \text{ للطرفين}$$

$$\therefore \widehat{و(أ ب)} + \widehat{و(ب ح)} = \widehat{و(د ح)} + \widehat{و(ب ح)}$$

$$\therefore \widehat{و(أ ح)} = \widehat{و(د ب)}$$

$$\therefore أ ح = ب د$$

$$\therefore \widehat{و(أ ب)} = \widehat{و(د ح)}$$

$$\therefore \widehat{و(أ د ب)} = \widehat{و(أ ح د)} = 30^\circ$$

"محيطيتان أقواسهما متساوية في القياس"

$$\therefore \widehat{و(أ هـ د)} = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$$

### ٨٦ في الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان متماستان

من الخارج في ح

،  $\overline{أ د}$  تماس الدائرة م

في د

،  $\overline{أ ب}$  تماس الدائرة ن

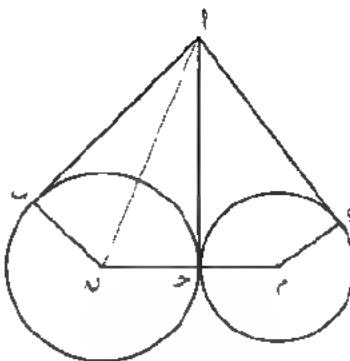
في ب

فإذا كان :  $م ن = ٦$  سم ،  $أ د = ٥$  سم

١ أثبت أن :  $أ ب = أ ح = أ د$

٢ أوجد محيط الشكل  $أ ب د$

٣ أثبت أن :  $\overline{أ د}$  ينصف  $\widehat{و(أ ب)}$



### أو البرهان

∴  $\overline{أ د}$  ،  $\overline{أ ح}$  قطعتان مماستان عند د ، ح

$$\therefore \overline{أ د} = \overline{أ ح} \text{ ①}$$

∴  $\overline{أ ب}$  ،  $\overline{أ ح}$  قطعتان مماستان عند ب ، ح

$$\therefore \overline{أ ب} = \overline{أ ح} \text{ ②}$$

$$\text{من ① ، ②} \therefore \overline{أ ب} = \overline{أ د} = \overline{أ ح}$$

$$\therefore م ن = ٦ \text{ سم} \therefore م د + م ح = ٦ \text{ سم}$$

$$\therefore \text{محيط الشكل } أ ب د = ٦ + ٦ + ٥ + ٥ + ٥ = ٢٢ \text{ سم}$$

$\Delta أ ب د$  ،  $\Delta أ ح د$  فيهما

$\overline{أ ب} = \overline{أ ح}$  ،  $\overline{أ د} = \overline{أ د}$  ،  $\overline{أ د}$  ضلع مشترك

$$\therefore \Delta أ ب د \equiv \Delta أ ح د$$

$$\therefore \widehat{و(أ ب د)} = \widehat{و(أ ح د)}$$

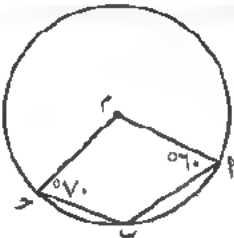
$$\therefore \overline{أ د} \text{ ينصف } \widehat{و(أ ب)}$$

### ٨٧ في الشكل المقابل :

$$\widehat{و(أ م ب)} = 60^\circ$$

$$\widehat{و(م ح ب)} = 70^\circ$$

أوجد  $\widehat{و(أ م ح)}$



أو العمل

أو البرهان

$$\therefore \overline{أ م} = \overline{أ ح} \text{ "أنصاف أقطار"}$$

$$\therefore \widehat{و(أ م ب)} = \widehat{و(أ ح ب)} = 60^\circ$$

$$\therefore \widehat{و(أ م ح)} = 180^\circ - 60^\circ - 70^\circ - 60^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore \overline{أ م} = \overline{أ ح} \text{ "أنصاف أقطار"}$$









# الجزء الأول

## الأسئلة

أولاً: أكمل ما يلى :

- ١- القطعة المستقيمة التى طرفاها مركز الدائرة وأى نقطة على الدائرة تسمى .....
- ٢- القطعة المستقيمة التى طرفاها أى نقطتين على الدائرة تسمى .....
- ٣- الوتر المار بمركز الدائرة يسمى .....
- ٤- أكبر الأوتار طولاً فى الدائرة يسمى .....
- ٥- يوجد للدائرة عدد ..... من محاور التماثل.
- ٦- المستقيم العمودى على أى وتر فى الدائرة من منتصفه يكون ..... للدائرة .
- ٧- الدائرة تقسم المستوى الى ..... مجموعات من النقط .
- ٨- المستقيم العمودى على قطر الدائرة من احدى نهايته يكون .....
- ٩- المماسان لدائرة عند نهايتى قطر فيها يكونان .....
- ١٠- الأوتار المتساوية فى الطول فى دائرة تكون على أبعاد متساوية من .....
- ١١- إذا كانت الأوتار فى دائرة على أبعاد متساوية من المركز فإنها تكون .....
- ١٢- إذا كانت أ تقع خارج الدائرة م التى نصف قطرها نق فإن م أ ..... نق
- ١٣- خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون .....، .....
- ١٤- إذا كان سطح الدائرة م  $\cap$  سطح الدائرة ن  $= \emptyset$  فإن الدائرتين م، ن ..... .
- ١٥- إذا كان سطح الدائرة م  $\cap$  سطح الدائرة ن  $= \{A\}$ ، فإن الدائرتين م، ن ..... .
- ١٦- عدد الدوائر التى يمكن رسمها وتمر بنقطتين معلومتين فى المستوى يساوى .....







١٧- إذا اشتركت دائرتان في ثلاث نقط فإنهما .....

١٨- أصغر دائرة يمكن رسمها لتمر بنقطتين معلومتين في المستوى يكون طول نصف قطرها يساوى .....

١٩- نقطة تقاطع محاور تماثل اضلاع المثلث هي .....

٢٠- الدائرة م طول نصف قطرها نق ،أ نقطة في مستوى الدائرة . أكمل :

(أ) إذا كانت م أ =  $\frac{1}{4}$  نق فإن أ ..... الدائرة

(ب) إذا كانت م أ = نق فإن أ ..... الدائرة

(ت) إذا كانت م أ = ٣ نق فإن أ ..... الدائرة

٢١- الأقواس المتساوية في القياس في دائرة أوتارها .....

٢٢- قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس .....

٢٣- الزاوية المحيطية التى تقابل قوسا أصغر فى الدائرة .....

٢٤- الوتران المتوازيان فى الدائرة يحصران بينهما قوسين.....

٢٥- قياس القوس من دائرة يساوى ضعف .....

ثانياً: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كان طول قطر دائرة ٧سم ، المستقيم ل يبعد عن مركزها ٣.٥ سم فإن ل يكون :

(أ) قاطع للدائرة فى نقطتين.

(ب) يقع خارج الدائرة.

(ج) مماس للدائرة.

(د) محور تماثل للدائرة.

(٢) إذا كانت النقطة أ تنتمي للدائرة م التى قطرها ٦سم فإن م أ تساوى :

(أ) ٣سم (ب) ٤سم (ج) ٥سم (د) ٦سم

(٣) إذا كان المستقيم ل مماساً للدائرة التى قطرها ٨سم فإنه يبعد عن مركزها بمقدار :

(أ) ٣سم (ب) ٤سم (ج) ٦سم (د) ٨سم







(٤) إذا كان ل مستقيم خارج دائرة مركزها نقطة الأصل م (٠،٠) ونصف قطرها ٣سم وكان ل يبعد عن م مسافة س فإن س  $\exists$  .....

(أ)  $[\infty, 3]$  (ب)  $[\infty, 3]$  (ج)  $[\infty, 6]$  (د)  $[-\infty, -6]$

(٥) إذا كان المستقيم ل يبعد عن مركز الدائرة م مسافة س حيث س  $\exists$  [٠، ٠] نق [فإن ل (أ) يقطع الدائرة. (ب) يمس الدائرة.

(ج) يقع خارج الدائرة. (د) يمر بمركز الدائرة.

(٦) إذا كان طول العمود المرسوم من مركز الدائرة م على المستقيم ل يساوى ٦سم ، وكان طول نصف قطر الدائرة يساوى ٣سم فإن ل :

(أ) يقطع الدائرة. (ب) يمس الدائرة.

(ج) يقع خارج الدائرة. (د) يمر بمركز الدائرة.

(٧) دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٧سم . أى من النقط الآتية لاتتنمى للدائرة ؟

(أ) (٧، ٠) (ب) (٧، -٠) (ج) (٧، ٠) (د) (٧، ٧)

(٨) عدد الدوائر التى يمكن رسمها وتمر بطرفى القطعة المستقيمة أ ب يساوى :

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) عدد لا نهائى

(٩) إذا كانت الدائرة م  $\cap$  الدائرة ن = { أ ، ب } فإن الدائرتين م ، ن :

(أ) متباعدتان (ب) متحدثى المركز

(ج) متماسكتان من الخارج (د) متقاطعتان

(١٠) إذا كانت الدائرتان م ، ن متماسكتين من الخارج و طول نصف قطر أحدهما ٥سم ، م ن = ٩سم ، فإن طول نصف قطر الأخرى يساوى :

(أ) ٣سم (ب) ٤سم (ج) ٧سم (د) ١٤سم







(١١) إذا كانت الدائرتان م ، ن متماسكتين من الداخل و طول نصف قطر أحدهما ٣سم ، م ن = ٨سم ، فإن طول نصف قطر الأخرى يساوى :

(أ) ٥سم (ب) ٦سم (ج) ١١سم (د) ١٢سم

(١٢) م ، ن دائرتان متقاطعتان و طولاً نصفى قطريهما ٥سم ، ٢سم فإن م ن  $\exists$  .

(أ) [ ٧ ، ٣ ] (ب) [ ٧ ، ٣ ] (ج) [ ٧ ، ٣ ] (د) [ ٧ ، ٣ ]

(١٣) عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقط على استقامة واحدة يساوى :

(أ) صفر (ب) واحد (ج) ثلاث (د) عدد لا نهائى

(١٤) محور التماثل للوتر المشترك أ ب لدائرتين متقاطعتين م ، ن هو :

(أ)  $\overleftrightarrow{AM}$  (ب)  $\overleftrightarrow{BM}$  (ج)  $\overleftrightarrow{MN}$  (د)  $\overleftrightarrow{AN}$

(١٥) مراكز الدوائر التي تمر بالنقطتين أ ، ب تقع جميعاً على :

(أ) محور ب أ (ب) ب أ (ج) العمود المقام على ب أ

(د) العمود المقام على ب أ من ب

(١٦) عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة :

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

(١٧) مركز الدائرة الخارجة للمثلث هو نقطة تقاطع :

(أ) منصفات زواياه الداخلة (ب) منصفات زواياه الخارجة

(ج) ارتفاعاته (د) محاور تماثل أضلاعه

(١٨) إذا كان أ ، ب نقطتين فى المستوى بحيث أ ب = ٤سم ، فإن طول نصف قطر أصغر دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب يساوى :

(أ) ٢سم (ب) ٣سم (ج) ٤سم (د) ٨سم







(١٩) إذا كان أ ، ب نقطتين ، أ ب = ٦ سم فإن عدد الدوائر التى طول نصف قطر كل منها ٥ سم وتمر بالنقطتين أ ، ب يساوى :

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) عدد لا نهائى من الدوائر

(٢٠) فى الشكل المقابل :

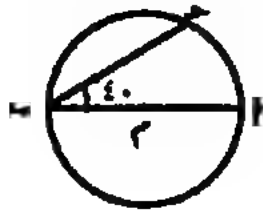


فى الدائرة م إذا كان ق ( > أ م ب ) = ٥٢° ، فإن ق ( ب د أ ) يساوى :

(أ) ٥٢° (ب) ١٠٤°

(ج) ١٢٨° (د) ٣٠٨°

(٢١) فى الشكل المقابل :



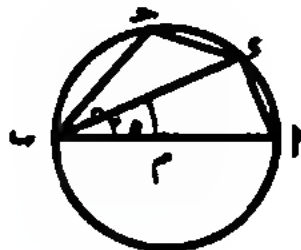
أ ب قطر فى الدائرة م ، ق ( > أ ب ح ) = ٤٠°

فإن ق ( ح ب ) يساوى :

(أ) ٤٠° (ب) ٥٠°

(ج) ٩٠° (د) ١٠٠°

(٢٢) فى الشكل المقابل :



إذا كان أ ب قطر فى الدائرة م ، ق ( > أ ب د ) = ٢٥° فإن :

أولاً: ق ( > د أ ب ) تساوى :

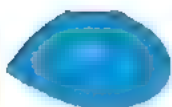
(أ) ٢٥° (ب) ٥٠°

(ج) ٦٥° (د) ٩٠°

ثانياً: ق ( > د ج ب ) تساوى :

(أ) ٥٠° (ب) ١٠٠°

(ج) ١١٥° (د) ١٢٥°







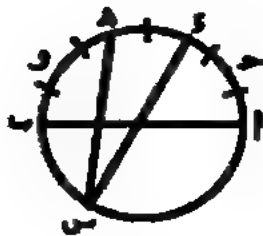
(٢٣) في الشكل المقابل :

دائرتان متحدتان المركز في م ،  $\overline{AB} \cap \overline{CD} = \{م\}$  ،

فإذا كان  $\angle ق (ب د) = ٨٠^\circ$  ، فإن  $\angle ق (أ د)$  يساوي :

- (أ)  $٤٠^\circ$  (ب)  $٨٠^\circ$  (ج)  $١٠٠^\circ$  (د)  $١٦٠^\circ$

(٢٤) مستعينا بالأشكال الآتية اختر الإجابة الصحيحة



شكل (٢)



شكل (١)

شكل (١) : دائرة مركزها م ، ق ( $\angle م ب د$ ) =  $٣٢^\circ$  ، فإن  $\angle ق (ب د ج)$  يساوي :

- (أ)  $١٦^\circ$  (ب)  $٣٢^\circ$  (ج)  $٦٤^\circ$  (د)  $١١٦^\circ$

شكل (٢) : إذا كان  $\overline{AB}$  قطر في دائرة وكان :

$$\angle ق (أ ج) = \angle ق (ج د) = \angle ق (د هـ) = \angle ق (هـ و) = \angle ق (و ب)$$

فإن  $\angle ق (> د س هـ)$  تساوي :

- (أ)  $١٨^\circ$  (ب)  $٣٦^\circ$  (ج)  $٥٤^\circ$  (د)  $٧٢^\circ$

(٢٥) عدد المماسات التي يمكن رسمها من إحدى نقط دائرة تساوي :

- (أ) واحد (ب) اثنان (ج) أربعة (د) عدد لا نهائي







(٢٦) فى الشكل المقابل :



إذا كانت  $\angle C = 40^\circ$  فإن  $\angle ADB$  ( > أ د ب ) تساوى :  
 ( أ )  $80^\circ$  ( ب )  $100^\circ$  ( ج )  $130^\circ$  ( د )  $140^\circ$

(٢٧) فى الشكل المقابل :



أ ب مماس للدائرة م ، إذا كان  $\angle C = 30^\circ$  ،  $\angle ADB = 80^\circ$  ،  
 فإن  $\angle ADB = \dots\dots$

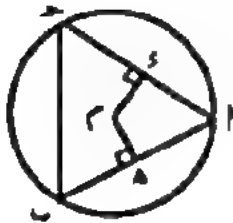
( أ )  $50^\circ$  ( ب )  $10^\circ$  ( ج )  $12^\circ$  ( د )  $13^\circ$

(٢٨) يمكن رسم دائرة تمر بـ ع و س :

( أ ) شبه منحرف ( ب ) معين ( ج ) متوازي اضلاع ( د ) مستطيل

رابعاً : أسئلة إنتاج الإجابة :

(١) فى الشكل المقابل :



أ ب د مثلث مرسوم داخل دائرة مركزها م ،

$\overline{CD} \perp \overline{AB}$  ،  $\overline{CM} \perp \overline{AB}$  اثبت ان :

$\overline{CD} \parallel \overline{AB}$  ، و إذا كان  $\angle C = 40^\circ$  فما وجد د هـ

(٢) فى الشكل المقابل :

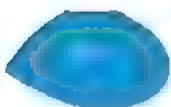
دائرة مركزها م وطول نصف قطرها ١٣ سم ،

$\overline{AB}$  وتر فيها طوله ٢٤ سم ، د منتصف  $\overline{AB}$



رسم م جـ فقطع الدائرة فى د . أوجد :

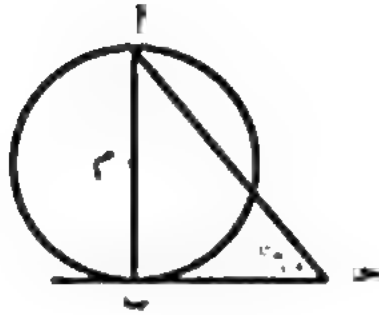
أولاً: طول م جـ ثانياً : م (  $\triangle ADB$  )







### (٣) في الشكل المقابل :



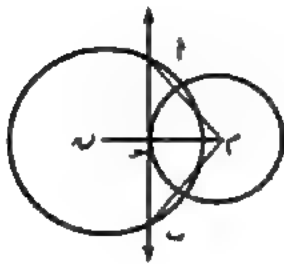
دائرة م محيطها ٤٤ سم ،  $\overline{AB}$  قطر فيها ،

$\overrightarrow{BC}$  مماس للدائرة عند ب ،  $\angle CBA = 60^\circ$

أوجد طول  $\overline{BC}$

$$\left( \frac{22}{\sqrt{3}} = ط \right)$$

### (٤) في الشكل المقابل :



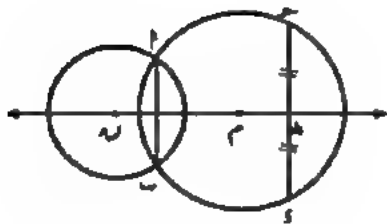
م ، ن دائرتان متقاطعتان ،  $\overline{MN}$  يقطع الدائرة م في د ،

رسم  $\overrightarrow{CA}$  مماسا للدائرة م عند ج

يقطع الدائرة ن في أ ، ب . أثبت ان :

أولا :  $جأ = جب$       ثانيا :  $مأ = م ب$

### (٥) في الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب ،

$\overline{CD}$  وتر في الدائرة م ، يقطع م ن في هـ ،

فإذا كان هـ منتصف  $\overline{CD}$  . أثبت أن :  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  .

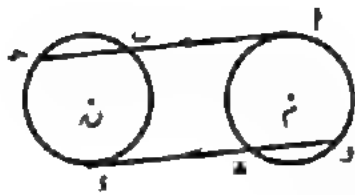






(٦) م ، ن دائرتان متماستان من الداخل عند أ ، الدائرة م أكبر من الدائرة ن ، رسم  $\overleftrightarrow{أج}$  مماسا مشتركا للدائرتين ، ورسم ن م فقطع الدائرة ن فى ب ، ورسم ب د مماسا للدائرة ن فقطع الدائرة م فى د ، ه . أثبت أن :

أولا :  $\overleftrightarrow{أج} \parallel \overleftrightarrow{ب د}$  ثانيا :  $ب د = ب ه$

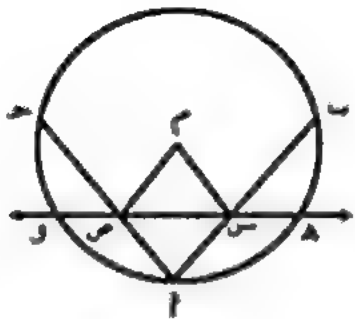


(٧) فى الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان متطابقتان ،  $\overleftrightarrow{أج}$  قطعة مماسة

للدائرة م عند أ ،  $\overleftrightarrow{ود}$  قطعة مماسة للدائرة ن عند د ،  $\overleftrightarrow{أج} \parallel \overleftrightarrow{ود}$

أثبت أن : أولا :  $ب ج = و ه$  ثانيا :  $أ ب = ه د$



(٨) فى الشكل المقابل :

أ ب ،  $\overleftrightarrow{أج}$  وتران متساويان فى الطول فى الدائرة م .

س ، ص منتصفا أ ب ،  $\overleftrightarrow{أج}$

رسم س ص فقطع الدائرة فى ه ، و

أثبت أن  $س ه = ص و$

(٩) فى الشكل المقابل :

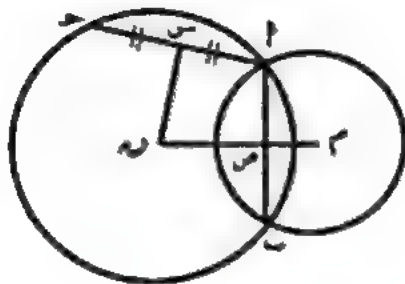
الدائرتان م ، ن متقاطعتان

فى أ ، ب .  $\overleftrightarrow{م ن} \cap \overleftrightarrow{أ ب} = \{ص\}$  ،

$أ ب = أ د$  ، س منتصف  $\overleftrightarrow{أج}$  .

أثبت أن :

$ن ص = ن س$







(١٠) الدائرة م فيها  $\overline{AB}$  ،  $\overline{CD}$  وتران متوازيان . ه منتصف  $\overline{AB}$ ، رسم  $\overrightarrow{HM}$

فقطع  $\overline{CD}$  في و . أثبت أن:

$$و ج = و د .$$

(١١) الدائرة م فيها  $\overline{AB}$ ،  $\overline{CD}$  وتران . د ، ه منتصفا  $\overline{AB}$  ،  $\overline{CD}$  على الترتيب رسم

د م فقطع  $\overline{AB}$  في و بحيث كان م ه = ه و . أثبت أن: ق ( $\angle ACD$ ) =  $90^\circ$

(١٢)  $\overline{AB}$  قطر في دائرة م ، رسم الوتر  $\overline{CD} \parallel \overline{AB}$ ، رسم  $\overline{CS} \perp \overline{AB}$  ،

د ص  $\perp \overline{AB}$ . أثبت أن: أ س = ص ب .

(١٣) أ ، ب نقطتان حيث  $\overline{AB} = 6$  سم . أرسم دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب بحيث يكون طول

نصف قطرها ٥ سم ، ثم اوجد بعد مركز الدائرة عن  $\overline{AB}$ .

(١٤) أرسم المثلث  $\overline{ABC}$  الذي فيه  $\overline{AB} = 6$  سم ،  $\angle A = 40^\circ$  ،

ق ( $\angle BAC$ ) =  $60^\circ$  أرسم دائرة تمر بالنقطتين أ ، ج ، ومركزها  $\odot \overline{AB}$ .

(١٥)  $\overline{AB}$  قطر في دائرة م ،  $\overline{AC}$  وتر فيها حيث ق ( $\angle BAC$ ) =  $30^\circ$  ، رسم  $\overline{BC}$

ورسم م د  $\perp \overline{AC}$  يقطعه في د .

أولا : أثبت أن: م د  $\parallel \overline{BC}$

ثانيا : أثبت أن طول ب ج يساوي طول نصف قطر الدائرة .

(١٦) في الشكل المقابل:



م ج  $\cap \overline{AB}$  يقطعه في ج

ويقطع الدائرة في د ، ق ( $\angle MAB$ ) =  $20^\circ$  .

أوجد : أولا : ق ( $\angle A$ ) ثانيا : ق ( $\angle DEB$ ) .







# الإجابات

أولاً : أكمل ما يأتى :

- (١) نصف قطر الدائرة
- (٢) الوتر
- (٣) القطر
- (٤) القطر
- (٥) لانهائى
- (٦) محور تماثل
- (٧) ٣
- (٨) مماسا للدائرة
- (٩) متوازيان
- (١٠) مركز الدائرة
- (١١) متساوية فى الطول
- (١٢) <
- (١٣) عموديا على الوتر المشترك وينصفه
- (١٤) متباعدتان
- (١٥) متماستان من الخارج
- (١٦) عدد لا نهائى من الدوائر
- (١٧) يتطابقان
- (١٨)  $\frac{1}{2}$  طول القطعة المستقيمة الواصلة بين النقطتين المعلومتين .
- (١٩) مركز الدائرة الخارجة للمثلث
- (٢٠) (أ) داخل (ب) على (ج) خارج







ثانياً : اختر الاجابة الصحيحة :

- (١) مماس للدائرة
- (٢) ٣ سم
- (٣) ٤ سم
- (٤) [ ٣ ، ٥ ]
- (٥) يقطع الدائرة
- (٦) يقع خارج الدائرة
- (٧) ( ٧ ، ٧ )
- (٨) عدد لا نهائى
- (٩) متقاطعتان
- (١٠) ٤ سم
- (١١) ١١ سم
- (١٢) [ ٣ ، ٧ ]
- (١٣) صفر
- (١٤)  $\overleftrightarrow{MN}$
- (١٥) محور  $\overline{AB}$
- (١٦) ١
- (١٧) محاور تماثل أضلاعه
- (١٨) ٢ سم
- (١٩) ٢







### ثالثاً : أسئلة متنوعة :

$$\begin{aligned} (1) \quad & \overline{AD} \perp \overline{AB} \quad \therefore \text{د منتصف } \overline{AB} \\ & \overline{DH} \perp \overline{AB} \quad \therefore \text{ه منتصف } \overline{AB} \\ & \therefore \overline{DH} \parallel \overline{AB} \quad , \quad \text{د ه} = \frac{1}{2} \text{ب د} = \frac{1}{2} \text{سم} \end{aligned}$$

$$(2) \quad \therefore \text{د منتصف } \overline{AB}$$

$$\begin{aligned} & \therefore \overline{AD} \perp \overline{AB}, \quad \overline{AD} = \overline{DB} = 12 \text{ سم} \\ & \therefore \Delta \text{ أم د قائم الزاوية في ج} \\ & \therefore \text{م د} = \sqrt{(12)^2 - (12)^2} = 0 \text{ سم} \\ & \therefore \text{م د} = \text{نق} = 13 \text{ سم} \quad \therefore \text{ج د} = 13 - 5 = 8 \text{ سم} \\ & \therefore \text{م} (\Delta \text{ أ د ب}) = \frac{1}{2} \times \text{أ ب} \times \text{ج د} \end{aligned}$$

$$8 \times 24 \times \frac{1}{2} =$$

$$96 \text{ سم}^2 =$$

$$(3) \quad \therefore \text{محيط الدائرة م} = 44 \text{ سم}$$

$$\therefore 44 = \pi \times \text{نق}$$

$$\therefore 44 = \frac{22}{7} \times \text{نق} \times 2$$

$$\therefore \text{نق} = 7 \text{ سم}$$

$$\therefore \text{أ ب} = 2 \times \text{نق} = 14 \text{ سم}$$

$$\therefore \text{ب ج مماس للدائرة م عند ب}$$

$$\therefore \text{ق} (\angle \text{أ ب د}) = 90^\circ$$

$$\therefore \text{ق (أ)} = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$$







$$\therefore \angle ج = \frac{1}{2} \angle أ ج \quad \therefore \angle أ ج = 2 \angle ج$$

$\therefore \Delta أ ب ج$  قائم الزاوية في ب

$$\therefore (\angle أ ج) = (\angle ب ج) + (\angle أ ب)$$

$$\therefore (2 \angle ب ج) = (\angle ب ج) + (14)$$

$$\therefore 3(\angle ب ج) = 14$$

$$\therefore \angle ب ج = \sqrt[3]{\frac{14}{3}} = \frac{14}{3} \sim 4.66 \text{ سم}$$

(4)  $\therefore أ ج$  مماس للدائرة م عند ج

$\therefore م ج \perp أ ب$  في الدائرة ن

في الدائرة ن  $\therefore ن ج \perp أ ب$

$\therefore م ج$  منتصف  $أ ب$

$$\therefore ج أ = ج ب$$

في  $\Delta أ ج م$  ،  $ب ج م$

$$\left. \begin{array}{l} ج أ = ج ب \\ ق (أ ج م) = ق (ب ج م) = 90^\circ \\ م ج ضلع مشترك \end{array} \right\} \therefore$$

$$\therefore \Delta أ ج م \equiv \Delta ب ج م$$

$$\therefore أ م = ب م$$







(٥) م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

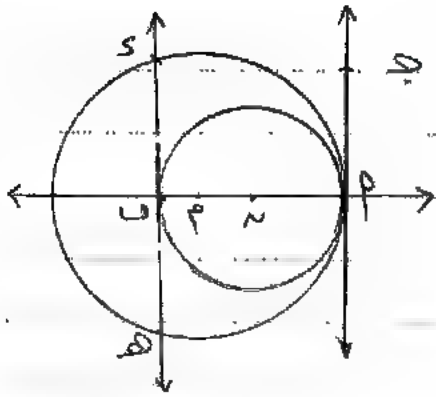
$$\vec{m} \perp \vec{ab}$$

ه منتصف الوتر جد

$$\vec{m} \perp \vec{hd}$$

$$\vec{ab} \perp \vec{mn} , \vec{jd} \perp \vec{mn}$$

$$\vec{ab} \parallel \vec{jd}$$



(٦) أ ج ، ب د مماسان للدائرة ن عند أ ، ب

، أ ب قطر في الدائرة ن

$$\vec{aj} \parallel \vec{bd}$$

في الدائرة ن : ن ب د ه

$$\vec{bd} \perp \vec{de} : \vec{bd} = \vec{de}$$

(٧) العمل: نرسم أ م ويقطع و ه في س ، نرسم د ن ويقطع ب ج في ص

البرهان :

$$\vec{am} \perp \vec{aj}$$

: أ ج مماس للدائرة م عند أ

$$\vec{aj} \parallel \vec{od} : \vec{as} \perp \vec{od}$$

$$\vec{nd} \perp \vec{do}$$

: د و مماس للدائرة ن عند د

$$\vec{as} \parallel \vec{sd} : \vec{as} \perp \vec{od} , \vec{sd} \perp \vec{do}$$

$$\vec{as} = \vec{sd}$$

: الشكل أ س د ص مستطيل







∴ م ، ن دائرتان متطابقتان

∴ أم = ن د

∴ أس - أم = ص د - ن د

∴ م س = ن ص

∴ م س ⊥ و ه ، ن ص ⊥ ب ج ∴ و ه = ب د

∴ م س ⊥ و ه ∴ و س = س ه

∴ ن ص ⊥ ب ج ∴ ص ج = ب ص

∴ ب د = و ه ∴ س ه = ب ص

∴ أ ص = س د

∴ أ ص - ب ص = س د - س ه

∴ أ ب = ه د

(٨) العمل : نرسم م ع ⊥ ه و

البرهان : م ع ⊥ ه و

∴ ع منتصف ه و

∴ ع ه = ع و

∴ س ، ص منتصفا أ ب ، أ ج

∴ م ع ⊥ س ص ، م ص ⊥ أ د ،

∴ أ ب = أ د ،

∴ م س = م ص

في Δ م س ص ∴ م س = م ص ، م ع ⊥ س ص

∴ ع منتصف س ص ∴ س ع = ص ع

∴ ع ه - ع س = ع و - ع ص

∴ س ه = ص و







(٩) ∴ الدائرتان م ، ن متقاطعتان في أ ، ب

$$\therefore \overline{MN} \perp \overline{AB}$$

في الدائرة ن ∴ س منتصف  $\overline{AJ}$

$$\therefore \overline{NS} \perp \overline{AJ}$$

$$\therefore \overline{NS} \perp \overline{AB}, \quad \overline{AB} = \overline{AD}$$

$$\therefore \overline{NS} = \overline{NS}$$

(١٠) ∴ ه منتصف  $\overline{AB}$

$$\therefore \overline{MH} \perp \overline{AB}$$

∴  $\overline{AB} \parallel \overline{JD}$ ، هو قاطع

$$\therefore \angle (A, H, M) = \angle (J, D, O) = 90^\circ \text{ "بالتبادل"}$$

$$\therefore \overline{MO} \perp \overline{JD}$$

∴ و منتصف  $\overline{JD}$

$$\therefore \overline{OD} = \overline{OD}$$

(١١) ∴ د ، ه منتصف  $\overline{AB}$ ،  $\overline{AJ}$

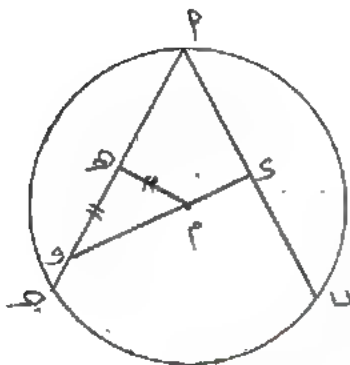
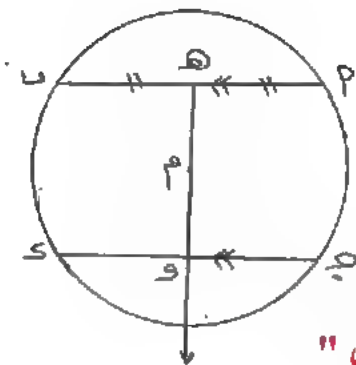
$$\therefore \overline{MD} \perp \overline{AB}, \quad \overline{MH} \perp \overline{AJ}$$

في  $\triangle MHO$  ∴  $\angle HMO = \angle HMO$

$$\therefore \angle (J, H, M) = \angle (D, O, M) = 90^\circ \div 2 = 45^\circ$$

$$\text{في } \triangle ADO \quad \angle (D, O, M) = 90^\circ, \quad \angle (J, H, M) = 45^\circ$$

$$\therefore \angle (A, O, D) = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$$







(١٢) العمل : نرسم جو ، م د

∴ ج د // أ ب ، ج س ⊥ أ ب ، د ص ⊥ أ ب

∴ الشكل ح س ص د مستطيل

∴ ح س = د ص

في Δ ح س م ، د ص م

∴ ج س = د ص

ق ( > س ) = ق ( > ص ) = ٩٠°

ج م = د م = ن ق

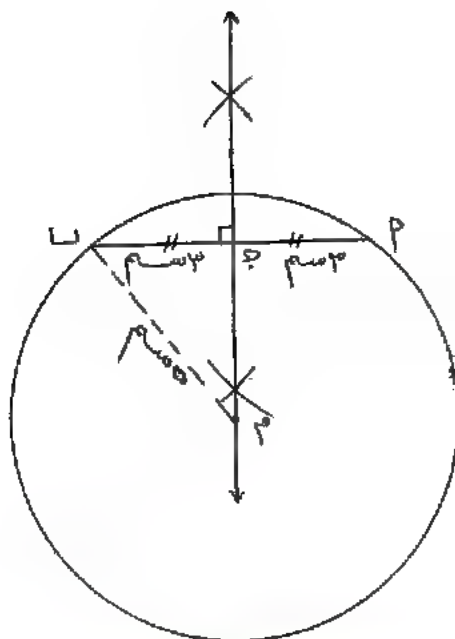
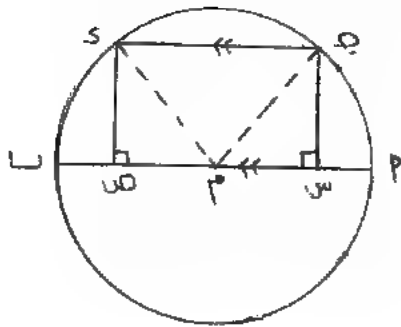
∴ Δ ح س م ≡ Δ د ص م

∴ م س = م ص

، ∴ م أ = م ب = ن ق

∴ م أ - م س = م ب - م ص

∴ أ س = ص ب



(١٣) ∴ ج منتصف أ ب

∴ أ ج = ج ب = ٣ سم

∴ Δ م ب ج قائم الزاوية في ج

∴ ج م = √(٥)² - (٣)²

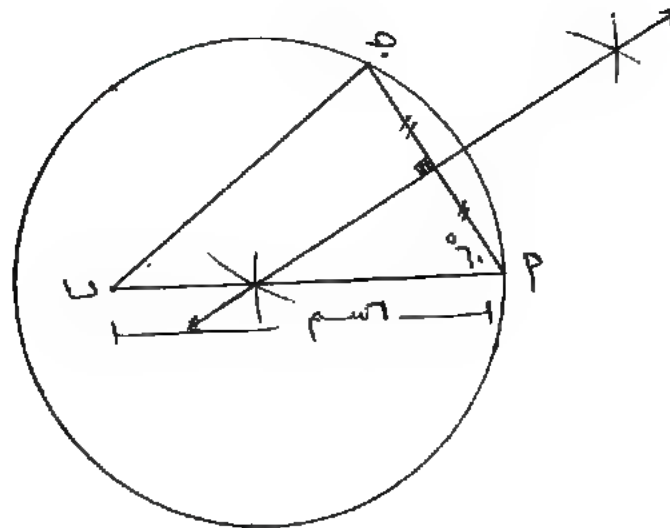
= ٤ سم



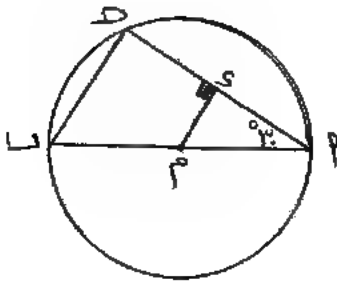




( ۱۴ )



(۱۵)  $\therefore \overline{m} \perp \overline{a_j}$  و  $\overline{m}$  منتصف  $\overline{a_j}$



**∴ أب قطر في الدائرة م . ∴ م منتصف أب**

م د // ج ب

• م د // ج ب ، أ ج قاطع

∴ ق (> أ د م) = ق (> ج) = ٩٠ ° " بالتناظر "

فی  $\Delta$  احب

∴ ق (د >) = 0.9 ، ق (أ >) = 0.3

$$\therefore \text{ج ب} = \frac{1}{4} \text{ أ ب} = \frac{1}{4} \times 2 \text{ ن ق} = \text{ن ق}$$






(١٦) في  $\Delta$  أ م ج

$$\therefore \widehat{ق (أ)} = ٢٠^\circ, \widehat{ق (م ج أ)} = ٩٠^\circ$$

$$\therefore \widehat{ق (أ م ج)} = ١٨٠^\circ - (٩٠^\circ + ٢٠^\circ) = ٧٠^\circ$$

$$\therefore \widehat{ق (أ د)} = ٧٠^\circ$$

$$\therefore م أ = م ب = ن ق$$

$$\therefore \widehat{ق (أ)} = \widehat{ق (م ب ج)} = ٢٠^\circ$$

$$\therefore \widehat{ق (د م ب)} = ١٨٠^\circ - (٩٠^\circ + ٢٠^\circ) = ٧٠^\circ$$

$$\therefore \widehat{ق (د ب)} = ٧٠^\circ$$

$$\therefore \widehat{ق (د ه ب)} = \widehat{ق (د ب)} = \frac{1}{2} \widehat{ق (د ب)} = ٣٥^\circ$$





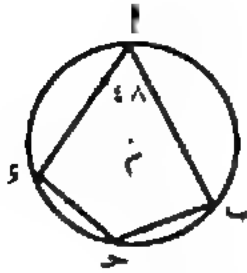


## الجزء الثاني الأسئلة

أولاً: أكمل ما يلي :

١- في الشكل الرباعي الدائري تكون الزاويتان المتقابلتان .....

٢- في الشكل المقابل:



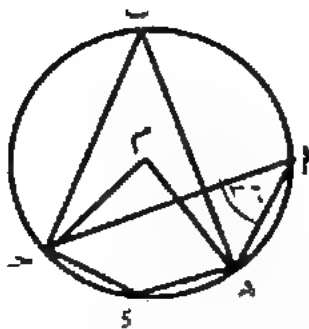
إذا كانت م دائرة ، ق (  $\hat{A}$  ) =  $48^\circ$  ،

فإن : أولاً: ق (  $\hat{C}$  ) = .....

ثانياً : ق (  $\widehat{BD}$  الأكبر ) = .....

٣- يكون الشكل رباعياً دائرياً إذا وجدت زاوية خارجة عند أي رأس من رؤوسه قياسها يساوي ..... الزاوية المقابلة للمجاورة لها.

٤- في الشكل المقابل:



إذا كانت ق (  $\hat{A}$  ) =  $36^\circ$  فإن :

(أ) ق (  $\hat{B}$  ) =  $^\circ$  .....

(ب) ق (  $\hat{M}$  ) =  $^\circ$  .....

(ج) ق (  $\hat{D}$  ) =  $^\circ$  .....

(٥) الزاويتان المحيطتان المرسومتان على قوس واحد في دائرة يكونان .....

(٦) ارتفاعات المثلث .....

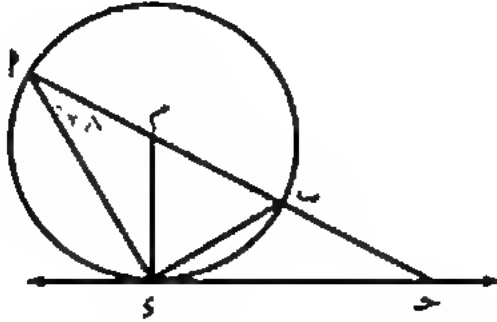






(٧) في الشكل المقابل:

أ ب قطر في الدائرة م ، ج د مماس لها ،



ق (ب أ د) = ٢٨°

أكمل ما يأتي:

أولاً: ق (ب د م) = .....°

ثانياً: ق (ب م د) = .....°

ثالثاً: ق (ب د ج) = .....°

رابعاً: ق (أ د) = .....°

خامساً: ق (ج) =  $\frac{1}{2}$  [ ق (.....) - ق (.....) ]

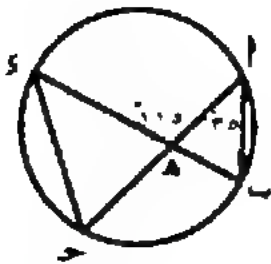
(٨) قياس الزاوية المماسية يساوى ..... الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس.

(٩) عدد المماسات المشتركة المرسومة للدائرتين متباعدتين يساوى .....

(١٠) مركز الدائرة الداخلة لآى مثلث هو نقطة تقاطع .....

ثانياً: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه:

(١) في الشكل المقابل:



أ ج ، ب د وتران في دائرة متقاطعان في ه ،

ق (أ) = ٣٥° ، ق (أ ه د) = ١١٥°

فإن ق (أ د) يساوى :

(د) ١٦٠°

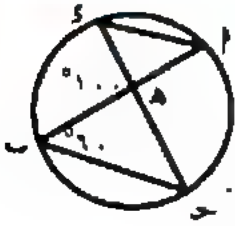
(ج) ١١٥°

(ب) ٨٠°

(أ) ٧٠°







(٢) في الشكل المقابل :

إذا كان  $\widehat{AB}$  ،  $\widehat{CD}$  وتران في دائرة فإن  $\angle C$  (د أ ب) يساوى: .....

- (أ)  $40^\circ$  (ب)  $50^\circ$  (ج)  $60^\circ$  (د)  $70^\circ$

(٣) القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج دائرة دائمتان:

(أ) متساويتان في الطول. (ب) غير متساويتين

(ج) متعامدتان (د) متوازيتان

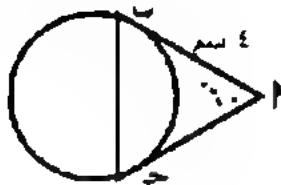
(٤) الزاوية المماسية هي زاوية محصورة بين:

(أ) وتران (ب) مماسان (ج) وتر ومماس (د) وتر وقطر

(٥) عدد المماسات المشتركة لدائرتين متحدثى المركز تساوي:

(أ) صفر (ب) واحد (ج) اثنان (د) ثلاثة

(٦) في الشكل المقابل:



$\widehat{AB}$  ،  $\widehat{CD}$  مماسان ،  $\angle C = 60^\circ$  ،

فإذا كان  $AB = 4$  سم فإن طول  $CD$  يساوى :

- (أ) ٣ سم (ب) ٤ سم (ج) ٥ سم (د) ٨ سم

(٧) عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الداخل تساوي:

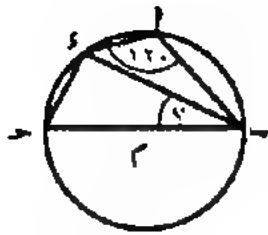
(أ) واحد (ب) اثنان (ج) ثلاثة (د) أربعة



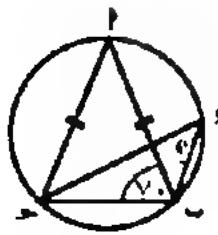




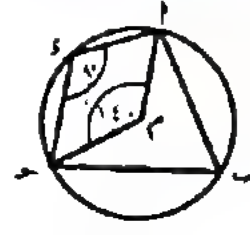
٨) مستعينا بالأشكال الآتية اختر الإجابة الصحيحة:



شكل (٣)



شكل (٢)



شكل (١)

شكل (١): إذا كانت ق (أ م ج) =  $140^\circ$  فإن ق (أ د ج) تساوى:

- (أ)  $40^\circ$  (ب)  $70^\circ$  (ج)  $110^\circ$  (د)  $140^\circ$

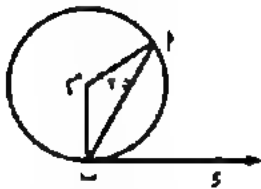
شكل (٢): إذا كانت ق (أ ب ج) =  $70^\circ$  فإن ق (ب د ج) تساوى:

- (أ)  $20^\circ$  (ب)  $40^\circ$  (ج)  $60^\circ$  (د)  $90^\circ$

شكل (٣): إذا كانت ق (ب أ د) =  $120^\circ$  فإن ق (ج ب د) تساوى:

- (أ)  $15^\circ$  (ب)  $30^\circ$  (ج)  $45^\circ$  (د)  $60^\circ$

٩) فى الشكل المقابل:

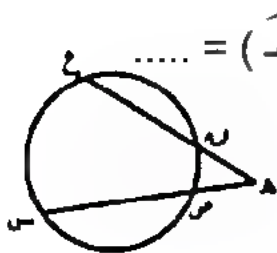


إذا كان  $\overrightarrow{BP}$  مماساً للدائرة م ،

ق (ب أ م) =  $25^\circ$  فإن ق (أ ب د) تساوى:

- (أ)  $25^\circ$  (ب)  $50^\circ$  (ج)  $65^\circ$  (د)  $130^\circ$

١٠) فى الشكل المقابل:



إذا كان : ق (س ع) =  $70^\circ$  ، ق (ص ن) =  $30^\circ$  فإن ق (هـ) = .....

- (أ)  $20^\circ$  (ب)  $40^\circ$

- (ج)  $50^\circ$  (د)  $100^\circ$



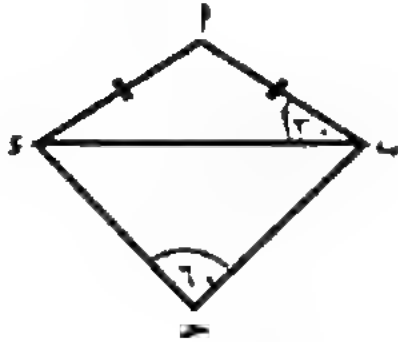




### ثالثاً: تمارين متنوعة:

(١) (أ) اثبت أنه إذا كان الشكل الرباعي دائرياً فإن كل زاويتين متقابلتين فيه متكاملتان.

(ب) في الشكل المقابل:



أ ب ج د شكل رباعي فيه:

$$\text{أ ب} = \text{أ د} ، \text{ق} (\text{أ ب د}) = 130^\circ ،$$

$$\text{ق} (\text{ج د}) = 60^\circ ،$$

اثبت أن: الشكل أ ب ج د رباعي دائري.

(٢) أ ب ج د شكل رباعي دائري فيه أ ب // د ج ، ه منتصف أ ب أثبت أن ه ج = ه د .

(٣) أ ب ج د مثلث حاد الزوايا مرسوم داخل دائرة ، رسم أ د  $\perp$  ب ج ليقطع ب ج في د

ويقطع الدائرة في ه . رسم ج ن  $\perp$  أ ب ليقطع أ ب في ن . اثبت أن :

أولاً: الشكل أ ن د ج رباعي دائري. ثانياً: ق(ب ن د) = ق(ب ه د)

(٤) أ ب ج د مثلث متساوي الأضلاع مرسوم داخل دائرة ، د نقطة على أ ب ، أخذت نقطة ه

على د ج بحيث أ د = د ه . اثبت أن:

ثانياً: د ب // أ ه

أولاً: أ د ه مثلث متساوي الأضلاع.

رابعاً: د ب = ه ج

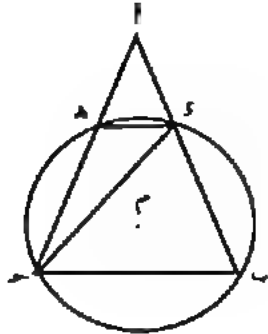
ثالثاً: ق(د ج ب) = ق(ه أ ح)







### (٥) فى الشكل المقابل :



أ ب ج مثلث فيه أ ب = أ ج

ب ج وتر فى الدائرة م ،

أ ب ، أ ج يقطعان الدائرة فى د ، هـ.

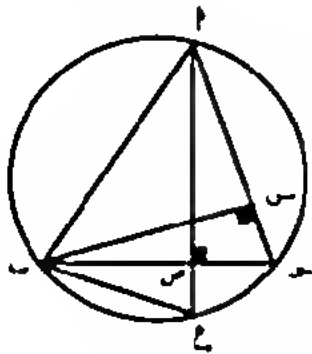
أثبت أن : ب ج // د هـ

وإذا كان ق (د ج أ) = ٣٠° ، ق (أ) = ٥٠° .

أوجد أولاً: ق (ب هـ ج) ثانياً: ق (ب م ج) ثالثاً: ق (ج د هـ)

(٦) (أ) أثبت أن الزاوية المحيطية التى تحصر نفس القوس فى الدائرة متساوية فى القياس.

### (ب) فى الشكل المقابل:



أ ب ج مثلث مرسوم داخل دائرة ،

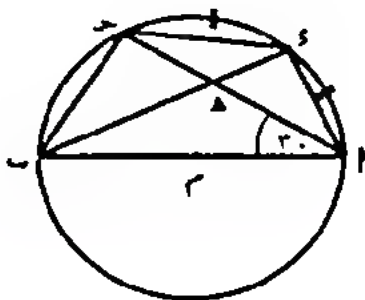
ب س ⊥ أ ج ، أ ص ⊥ ب ج

يقطعه فى ص ، ويقطع الدائرة فى ع ، أثبت أن:

أولاً: الشكل أ ب ص س رباعي دائري .

ثانياً: ب ج ينصف (س ب ع).

### (٧) فى الشكل المقابل:



أ ب قطر فى الدائرة م ، ح ∉ للدائرة ،

ق (ج أ ب) = ٣٠° ، د منتصف أ ج ،

د ب ∩ أ ج = { هـ }

أولاً: أوجد ق (ب د ج) ، ق (أ ب د)

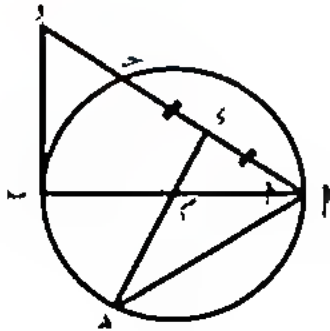
ثانياً: أثبت أن Δ أ ب هـ متساوي الساقين.







(٨) فى الشكل المقابل:



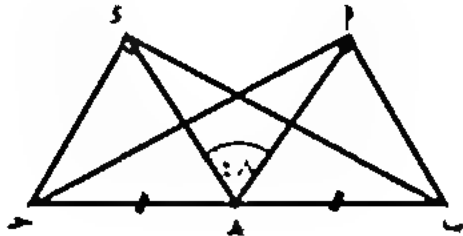
أ ب قطر فى الدائرة م ، د منتصف أ ج

، رسم د م فقطع الدائرة فى هـ ،

رسم ب و مماس للدائرة فقطع أ ج فى و . أثبت أن:

أولاً: الشكل م ب و د رباعي دائري . ثانياً : د هـ // ب ج

(٩) فى الشكل المقابل :



ق (ب أ ج) = ق (ب د ج) = ٩٠°

هـ منتصف ب ج ، ق (أ هـ د) = ٤٨°

أولاً: أوجد ق (أ ب د).

ثانياً: اثبت ان : ق (أ ب د) = ق (أ ج د)

(ب) ق (أ هـ د) = ٢ ق (أ ب ج)

(١٠) أ ب ج د شكل رباعي مرسوم داخل دائرة ، و  $\exists$  أ ب ، رسم و هـ // ب ج

يقطع ج د فى هـ ، د و  $\cap$  ج ب = {س} . أثبت أن:

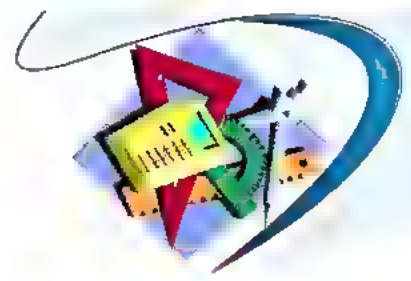
أولاً: الشكل أ و هـ د رباعي دائري. ثانياً: ق (ب س و) = ق (هـ أ د)

(١١) أ نقطة خارج دائرة رسم أ ب فقطع الدائرة فى ب ، ج على الترتيب ، رسم أ د فقطع الدائرة فى د ، هـ على الترتيب، فإذا كان أ ج = أ هـ.

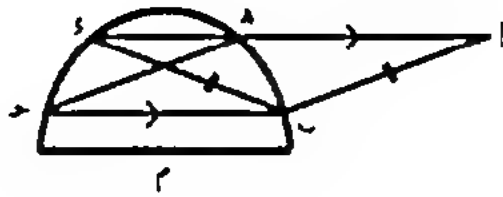
أثبت أن : أولاً: ب د // ج هـ ثانياً : ق (ب ج) = ق (هـ د)







(١٢) فى الشكل المقابل:

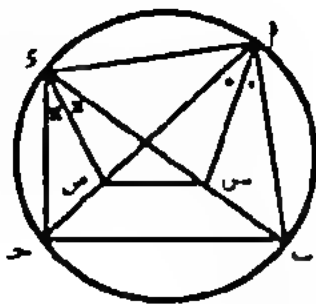


نصف دائرة مركزها م ،

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$  ،  $\overline{AB} = \overline{BD}$  .

أثبت أن : الشكل أ ب ج د متوازي أضلاع.

(١٣) فى الشكل المقابل:



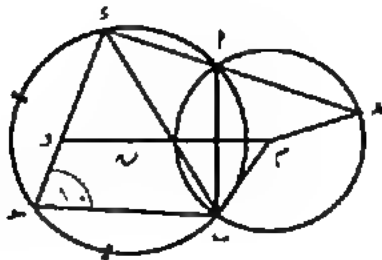
أ ب ج د شكل رباعي مرسوم داخل الدائرة م ،

$\overline{AS}$  ينصف ب أ ج ،  $\overline{DS}$  ينصف ب د ج أثبت أن :

أولاً: الشكل أ س ص د رباعي دائري.

ثانيًا:  $\overline{SS} \parallel \overline{BC}$

(١٤) فى الشكل المقابل :



ق ( ج ) =  $70^\circ$  ،

طول ج د = طول ب ج ،

$\overline{MN} \cap \overline{CD} = \{H\}$  .

$\overline{DA} \cap$  الدائرة م =  $\{H\}$

أوجد بالبرهان : ق ( ب د ج ) ، ق ( ب أ د ) ، ق ( ب م هـ ) .

(١٥) أ ب قطر فى دائرة مركزها م ،  $\overline{AB} \cap \overline{CD} = \{H\}$  ،  $\overline{DH} \perp \overline{AB}$  ، رسم د ج مماس للدائرة فى ج ،

رسم ج ب ، أخذت نقطة هـ عليه بحيث د هـ = د ج ، أثبت أن:

أولاً: الشكل ا ج د هـ رباعي دائري.

ثانيًا : أ هـ قطر للدائرة الخارجة للشكل ا ج د هـ.

ثالثًا: د هـ مماس للدائرة المارة برؤوس المثلث أ ب هـ.







## الإجابات

أولاً : أكمل ما يأتى :

- (١) متكاملتان (٢)  $١٣٢^\circ$  ،  $٢٦٤^\circ$  (٣) قياس  
(٤)  $٣٦^\circ$  ،  $٧٢^\circ$  ،  $١٤٤^\circ$  (٥) متساويان فى القياس (٦) تتقاطع جميعاً فى نقطة واحدة.  
(٧)  $٦٢^\circ$  ،  $٥٦^\circ$  ،  $٢٨^\circ$  ،  $١٢٤^\circ$  ، ق (أ د) ، ق (ب د)  
(٨) نصف قياس (٩) ٤ (١٠) منصفات زواياه الداخلة.

ثانياً : اختر الإجابة الصحيحة:

- (١)  $١٦٠^\circ$  (٢)  $٤٠^\circ$  (٣) متساويان فى الطول  
(٤) وتر ومماس (٥) صفر (٦) ٤ سم.  
(٧) واحد (٨)  $١١٠^\circ$  ،  $٤٠^\circ$  ،  $٣٠^\circ$  (٩)  $٦٥^\circ$  (١٠)  $٢٠^\circ$

ثالثاً : تمارين متنوعة :

(١) أثبات نظرية.

(ب) فى  $\Delta$  أ ب د  $\therefore$  أ ب = أ د

$$\therefore \text{ق } (> \text{أ ب د}) = \text{ق } (> \text{أ د ب}) = ٣٠^\circ$$

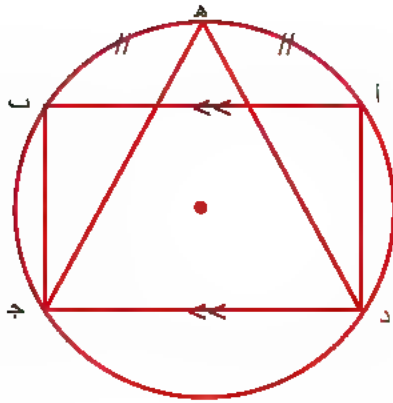
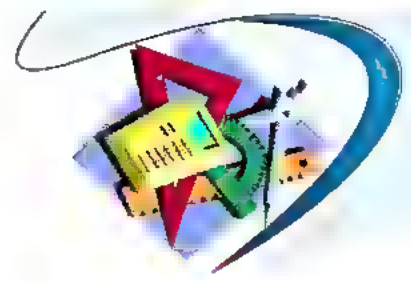
$$\therefore \text{ق } (> \text{أ}) = ١٨٠^\circ - (٣٠^\circ + ٣٠^\circ) = ١٢٠^\circ$$

$$\therefore \text{ق } (> \text{أ}) + \text{ق } (> \text{ج}) = ١٢٠^\circ + ٦٠^\circ = ١٨٠^\circ$$

$\therefore$  الشكل أ ب ج د رباعى دائرى .







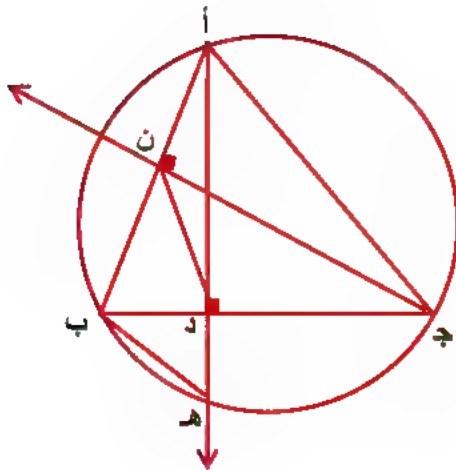
$$(٢) \therefore \overline{AB} \parallel \overline{DC}$$

$$\therefore \widehat{AQ}(\overline{AD}) = \widehat{AQ}(\overline{BC})$$

$$\therefore \widehat{AQ}(\overline{AH}) = \widehat{AQ}(\overline{HB})$$

$$\text{بالجمع:} \therefore \widehat{AQ}(\overline{HAD}) = \widehat{AQ}(\overline{HBD})$$

$$\therefore \overline{HD} = \overline{HB}$$



$$(٣) \therefore \widehat{AQ}(\overline{ADJ}) = \widehat{AQ}(\overline{ANJ}) = 90^\circ$$

" وهما مرسومتان على القاعدة

$\overline{AJ}$  وفي جهة واحدة منها"

$\therefore$  الشكل أن د ج رباعي دائري.

$\therefore (\overline{BNJ})$  حارجة عن الشكل الرباعي الدائري أن د ج

(١) \_\_\_\_\_

$$\therefore \widehat{AQ}(\overline{BNJ}) = \widehat{AQ}(\overline{ADJ})$$

$\therefore (\overline{BHA})$ ،  $(\overline{BJA})$  محطيتان مشتركتان في  $(\overline{AB})$ .

(٢) \_\_\_\_\_

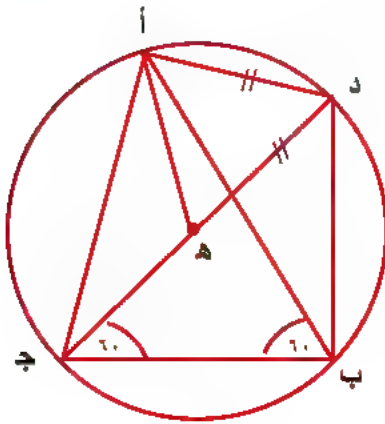
$$\therefore \widehat{AQ}(\overline{BHD}) = \widehat{AQ}(\overline{BJA})$$

من (١)، (٢)

$$\therefore \widehat{AQ}(\overline{BNJ}) = \widehat{AQ}(\overline{BHD})$$







٤) ∴  $\triangle ABC$  مثلث متساوي الأضلاع

∴  $\angle ABC = \angle ACB = 60^\circ$

∴  $\angle ABC = \angle ACB = \angle BAC = 60^\circ$

"محطيتان مشتركتان في  $(AB)$ "

، ∴  $AD = DH$

∴  $\triangle ADH$  متساوي الأضلاع.

"محطيتان مشتركتان في  $(BC)$ "

∴  $\angle ABC = \angle ACB = \angle BAC = 60^\circ$

"وهما في وضع تبادل"

∴  $\angle ABC = \angle ACB = \angle BAC = 60^\circ$

∴  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

بطرح  $\angle ABC = \angle ACB = \angle BAC = 60^\circ$

∴  $\angle ABC = \angle ACB = \angle BAC = 60^\circ$

∴  $\angle ABC = \angle ACB = \angle BAC = 60^\circ$

"محطيتان مشتركتان في  $(AC)$ "

∴  $\angle ABC = \angle ACB = \angle BAC = 60^\circ$

∴  $\angle ABC = \angle ACB = \angle BAC = 60^\circ$

في  $\triangle ABC$ ،  $AD = DH$

∴  $\angle ABC = \angle ACB = \angle BAC = 60^\circ$

∴  $\angle ABC = \angle ACB = \angle BAC = 60^\circ$

$AD = DH$

∴  $AD = DH$

∴  $\triangle ABC \equiv \triangle ADH$







٥) في  $\Delta$  أ ب ج  $\therefore$  أ ب = أ ج

$\therefore$  ق ( $>$  ب) = ق ( $>$  أ ج ب) \_\_\_\_\_ (١)

$\therefore$  ( $>$  أ ه د) خارجة عن الشكل الرباعي الدائري د ه ج ب .

$\therefore$  ق ( $>$  أ ه د) = ق ( $>$  ب) \_\_\_\_\_ (٢)

من (١) ، (٢)

$\therefore$  ق ( $>$  أ ه د) = ق ( $>$  أ ج ب) وهما في وضع تناظر.

$\therefore$  د ه // ب ج

$\therefore$  ( $>$  ب د ج) خارجة عن  $\Delta$  أ د ج .

$\therefore$  ق ( $>$  ب د ج) =  $^{\circ}50 + ^{\circ}30 = ^{\circ}80$

$\therefore$  ق ( $>$  ب د ج) = ق ( $>$  ب ه ج) =  $^{\circ}80$  "محطيتان مشتركتان في ( $\widehat{ب ج}$ )"

،  $\therefore$  ق ( $>$  ب م ج) المركزية =  $2 \times$  ق ( $>$  ب د ج) المحيطية =  $2 \times ^{\circ}80 = ^{\circ}160$

" مشتركتان في ( $\widehat{ب ج}$ ) "

$\therefore$  ق ( $>$  أ ب ج) = ق ( $>$  أ ج ب) =  $(^{\circ}180 - ^{\circ}50) \div 2 = ^{\circ}65$

$\therefore$  ق ( $>$  د ج ب) =  $^{\circ}30 - ^{\circ}65 = ^{\circ}35$

$\therefore$  ق ( $>$  د ج ب) = ق ( $>$  ه د ج) =  $^{\circ}35$  "بالتبادل"







## ٦ (أ) أثبات نظرية

$$(ب) \therefore ق (> أ س ب) = ق (> أ ص ب) = ٩٠^\circ$$

"وهما مرسومتان على القاعدة  $\overline{أ ب}$  وفى جهة واحدة منها".

∴ الشكل أ ب ص س رباعي دانرى.

$$\therefore ق (> س أ ص) = ق (> س ب ص) \quad \text{"محيطتان مشتركتان فى (س ص)"}$$

$$\therefore ق (> ج أ ع) = ق (> ج ب ع) \quad \text{"محيطتان مشتركتان فى (ج ع)"}$$

$$\therefore ق (> ج ب ع) = ق (> س ب ج)$$

$$\therefore \overline{ب ج} \text{ ينصف } ق (> س ب ع) .$$

$$(٧) \therefore ق (> ج د ب) = ق (> ج أ ب) = ٣٠^\circ \quad \text{"محيطتان مشتركتان فى (ج ب)"}$$

$$\therefore ق (ب ج) = ٢ \times ٣٠^\circ = ٦٠^\circ$$

$$\therefore \overline{أ ب} \text{ قطر فى الدائرة م} , \therefore د منتصف (\overline{أ ج})$$

$$\therefore ق (\overline{أ د}) = ق (\overline{د ج}) = (١٨٠^\circ - ٦٠^\circ) \div ٢ = ٦٠^\circ$$

$$\therefore ق (> أ ب د) \text{ المحيطية} = \frac{1}{٢} ق (\overline{أ د}) = ٣٠^\circ$$

$$\therefore ق (> ه أ ب) = ق (> ه ب أ) = ٣٠^\circ$$

∴  $\triangle أ ب ه$  متساوى الساقين.







∴  $\overline{MD} \perp \overline{AJ}$

(٨) ∴  $\overline{D}$  منتصف  $\overline{AJ}$

∴  $\overline{BO} \perp \overline{AB}$

∴  $\overline{BO}$  مماس للدائرة  $M$  عند  $B$ .

$$\therefore \angle C (\angle BOB) + \angle C (\angle MDD) = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

∴ الشكل  $MBO$  و  $OD$  رباعي دائري.

$$\therefore \angle C (\angle BOB) = 90^\circ$$

∴  $\overline{AB}$  قطر في الدائرة  $M$ .

"وهما في وضع تناظر".

$$\therefore \angle C (\angle BOB) = \angle C (\angle ODH) = 90^\circ$$

$$\therefore \overline{BO} \parallel \overline{DH}$$

$$(٩) \therefore \angle C (\angle BOB) = \angle C (\angle ODH) = 90^\circ$$

"وهما مرسومتان على القاعدة  $\overline{BD}$  وفي جهة واحدة منها".

∴ الشكل  $ABOD$  رباعي دائري.

$$\therefore \angle C (\angle BOB) \text{ المحيطية } = 90^\circ$$

∴  $\overline{BD}$  قطر للدائرة الخارجة للشكل  $ABOD$ .

∴  $H$  مركز الدائرة

∴  $H$  منتصف  $\overline{BD}$

$$\therefore \angle C (\angle BOB) \text{ المحيطية } = \frac{1}{2} \angle C (\angle ODH) \text{ المركزية } = \frac{1}{2} \times 48^\circ = 24^\circ$$

"ومشتركتان في  $(\widehat{AD})$ ".

$$\therefore \angle C (\angle BOB), \angle C (\angle ODH) \text{ محيطيتان مشتركتان في } (\widehat{AD})$$

$$\therefore \angle C (\angle BOB) = \angle C (\angle ODH)$$

$$\therefore \angle C (\angle ODH) \text{ مركزية}, \angle C (\angle BOB) \text{ محيطية مشتركتان في } (\widehat{AD})$$

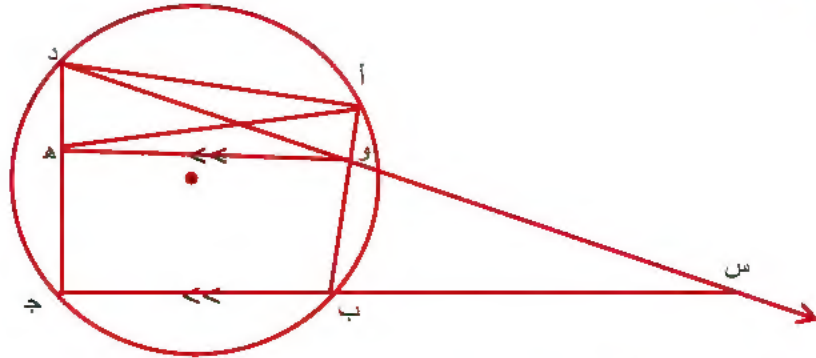
$$\therefore \angle C (\angle ODH) = 2 \angle C (\angle BOB)$$







(١٠)



∴ أ ب ج د شكل رباعي دائري.

$$\therefore \angle (أ >) + \angle (ج >) = 180^\circ \quad (١) \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

∴ و هـ // ب ج ، ج د قاطع.

$$\therefore \angle (ج >) = \angle (و هـ د) \text{ "بالتناظر" } \quad (٢) \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

من (١) ، (٢)

$$\therefore \angle (أ >) + \angle (و هـ د) = 180^\circ$$

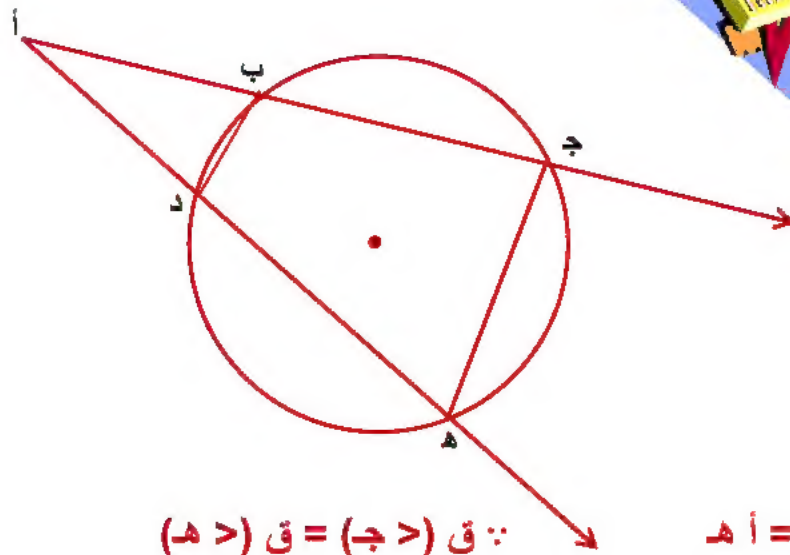
∴ الشكل أ و هـ د رباعي دائري.

$$\therefore \angle (د أ هـ) = \angle (د و هـ) \text{ "محطيتان مشتركتان في (د هـ)"}$$

$$\therefore \angle (د و هـ) = \angle (و س) \text{ "بالتناظر"}$$

$$\therefore \angle (د أ هـ) = \angle (ب س و)$$





$\therefore \text{أ ج} = \text{أ هـ} \quad \rightarrow \quad \therefore \text{ق} (> \text{ج}) = \text{ق} (> \text{هـ})$

∴ ق (> أ ب د) الخارجة = ق (> هـ)

∴ ق (> أ ب د) = ق (> ج) وهما في وضع تناظر

ب د // ج ه

∴ ق(ج >) = ق(هـ >)

∴ ق (ب د هـ) = ق (ج ب د) بطرح ق (ب د) من الطرفين.

∴ (ج ب) = ق (ه د)

(۱۲)  $\therefore \text{أ ب} = \text{ب د} \quad \therefore \text{ق}(\text{أ} >) = \text{ق}(\text{د} >)$

∴ ق (> د) = ق (> ج) "محیطان مشترکتان فی (ب ہ)"

∴  $Q(1) = Q(2) = \dots = Q(n) = Q$

٢: اَھـ // ب جـ ، اَب قاطع

∴ ق (أ > ب) + ق (أ > ج) = ١٨٠ ° "داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع.

∴ ق ( > ج ) + ق ( > أ ب ج ) = ١٨٠ ° "وهما داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع.

ب: اَب // هـ ج

**في الشكل أ ب ج هـ**

∴  $\overline{AB} \parallel \overline{HD}$  ،  $\overline{AH} \parallel \overline{BD}$  ∴  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  ∴ الشكل  $ABCD$  متوازي أضلاع.





(١٣)  $\therefore \widehat{ق} (\widehat{ب أ ج}) = \widehat{ق} (\widehat{ب د ج})$  "محطيتان مشتركتان في  $(\widehat{ب ج})$ "

،  $\therefore \widehat{أ س} \text{ ينصف } (\widehat{ب أ ج})$  ،  $\widehat{د ص} \text{ ينصف } (\widehat{ب د ج})$ .

$\therefore \widehat{ق} (\widehat{س أ ص}) = \widehat{ق} (\widehat{س د ص})$

"وهما مرسومتان على القاعدة  $\widehat{س ص}$  وفي جهة واحدة منها".

$\therefore$  الشكل  $\widehat{أ س ص د}$  رباعي دائري .

$\therefore \widehat{ق} (\widehat{د أ ص}) = \widehat{ق} (\widehat{د س ص})$  "محطيتان مشتركتان في  $(\widehat{د ص})$ "

"محطيتان مشتركتان في  $(\widehat{د ج})$ "  $\therefore \widehat{ق} (\widehat{د أ ج}) = \widehat{ق} (\widehat{د ب هـ})$

"وهما في وضع تناظر"  $\therefore \widehat{ق} (\widehat{د س ص}) = \widehat{ق} (\widehat{د ب ج})$

$\therefore \widehat{س ص} // \widehat{ب ج}$

(١٤)  $\therefore \widehat{طول} (\widehat{ج د}) = \widehat{طول} (\widehat{ب ج})$

$\therefore \widehat{ق} (\widehat{ج د}) = \widehat{ق} (\widehat{ب ج})$

$\therefore \widehat{ج د} = \widehat{ب ج}$

$\therefore \widehat{ق} (\widehat{ج د ب}) = \widehat{ق} (\widehat{ب د ج}) = (\widehat{١٨٠}^\circ - \widehat{٧٠}^\circ) \div ٢ = ٥٥^\circ$

$\therefore$  الشكل  $\widehat{أ ب ج د}$  رباعي دائري

$\therefore \widehat{ق} (\widehat{أ}) = \widehat{١٨٠}^\circ - \widehat{٧٠}^\circ = ١١٠^\circ$

$\therefore (\widehat{هـ أ ب})$  خارجة عن الشكل الرباعي الدائري  $\widehat{أ ب ج د}$  .

$\therefore \widehat{ق} (\widehat{هـ أ ب}) = \widehat{ق} (\widehat{ب ج}) = ٧٠^\circ$

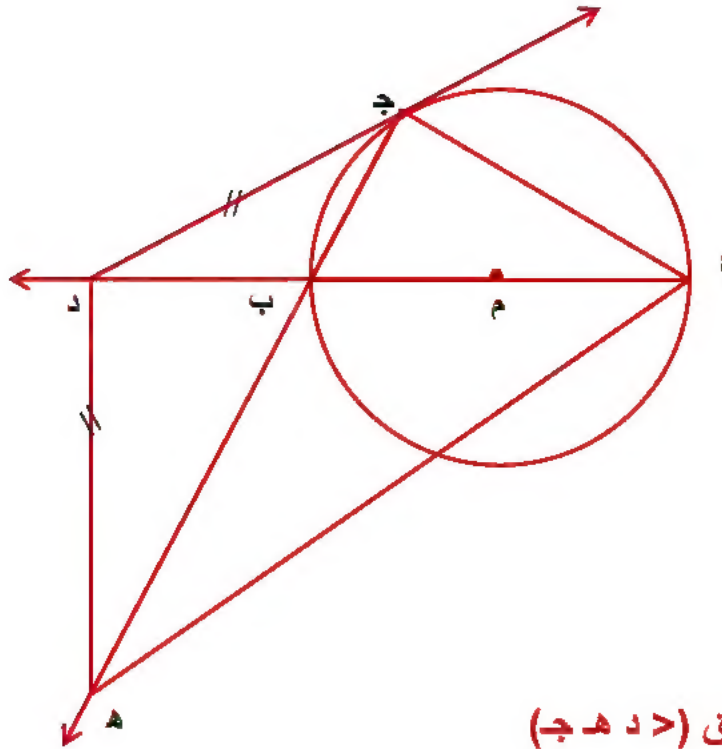
$\therefore \widehat{ق} (\widehat{هـ م ب}) \text{ المركزية} = ٢ \widehat{ق} (\widehat{هـ أ ب}) \text{ المحيطية} = ٧٠^\circ \times ٢ = ١٤٠^\circ$

"متركتان في  $(\widehat{ب هـ})$ "





(١٥)



$$\therefore \text{د ج} = \text{د ه}$$

$$\therefore \text{ق}(\text{د ج ه}) = \text{ق}(\text{د ه ج})$$

$\therefore \text{د ج}$  مماس للدائرة م عند ج.

$\therefore \text{ق}(\text{د ج ب})$  المماسية =  $\text{ق}(\text{د أ ب})$  المحيطية مشتركتان في  $(\widehat{\text{ب ج}})$ .

$$\therefore \text{ق}(\text{د ج أ د}) = \text{ق}(\text{د ه د})$$

"وهما مرسومتان على القاعدة ج د وفي جهة واحدة منها"

$\therefore$  الشكل أ ج د ه رباعي دائري .

$\therefore \text{أ ب}$  قطر في الدائرة م

$$\therefore \text{ق}(\text{د أ ج ب}) = 90^\circ$$

$$\therefore \text{ق}(\text{د أ ج ه}) = 90^\circ$$

$\therefore \text{أ ه}$  قطر للدائرة الخارجة للشكل أ ج د ه .

$\therefore \text{ق}(\text{د أ ه}) = \text{ق}(\text{د ج ه})$  "محطيتان مشتركتان في  $(\widehat{\text{د ه}})$ ".

$$\therefore \text{ق}(\text{د ج ه}) = \text{ق}(\text{د ه ج})$$

$$\therefore \text{ق}(\text{د ب أ ه}) = \text{ق}(\text{د ه ب})$$

$\therefore \text{د ه}$  مماس للدائرة المارة بـ د ه المثلث أ ب ه .